Matheinklusiv mit PIKAS
Deutsches Zentrum für Lehrkräftebildung Mathematik

Ministerium für Schule und Bildung des Landes Nordrhein-Westfalen

Mathematik gemeinsam lernen

Leitideen, Unterstützungsvorschläge und Unterrichtsbeispiele für inklusive Lerngruppen

BILDUNGSLAND NRW
Hier wachsen Talente.

Sehr geehrte Lehrerinnen und Lehrer,

liebe Leserinnen und Leser,

die Fachlichkeit zu stärken ist mir ein besonderes Anliegen und ich möchte den eingeschlagenen Weg, die Basiskompetenzen unserer jüngsten Schülerinnen und Schüler besser abzusichern, fortsetzen.

Daher greife ich die bereits bestehenden Fachoffensiven zur Stärkung der Fächer Deutsch und Mathematik als eine zentrale Maßnahme des *Masterplans Grundschule* auf und freue mich, dass Ihnen hiermit das zweite Heft aus der Handreichungsreihe „Mathematik Primarstufe kompakt“ mit dem Titel „Mathematik gemeinsam lernen“ zur Verfügung gestellt werden kann. Diese soll Sie dabei unterstützen, die aktuellen Herausforderungen im Fachunterricht zu meistern.

Durch die Corona-Pandemie mit all ihren Einschränkungen, u.a. die daraus resultierende lange Phase des Distanzunterrichts, konnten viele Schülerinnen und Schüler in ihrer Lernentwicklung nicht optimal voranschreiten. Daher ist es nun umso wichtiger, die individuellen Lernentwicklungen und Lernerfahrungen aller Schülerinnen und Schüler in den Blick zu nehmen und passgenau an den Lernausgangslagen anzusetzen. Das „Gemeinsame Lernen“ gewinnt auch vor diesem Hintergrund noch mehr als ohnehin an Bedeutung.

Die fachwissenschaftliche und fachdidaktische Grundlage zeigt auf, wie die Lernentwicklung aller Schülerinnen und Schüler, jedoch vor allem derer mit einem Bedarf an sonderpädagogischer Unterstützung im Gemeinsamen Lernen, positiv beeinflusst werden kann.

Bei allen Bemühungen geht es darum, an das jeweilige Entwicklungsniveau unserer Schülerinnen und Schüler anzuknüpfen. Wichtig ist hier, die Lernbedingungen individuell aufzugreifen und gleichzeitig an gemeinsamen Unterrichtsgegenständen mit differenzierten Zugängen gemeinschaftlich zu lernen.

Die praxisnahen Inhalte der vorliegenden Handreichung veranschaulichen die Kriterien eines guten inklusiven Mathematikunterrichts: Hier werden Theorie und Praxis verknüpft und wichtige mathematische Phänomene in konkreten Fallbeispielen verdeutlicht.

Auch diese Handreichung wurde von einem Team von Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftlern der Technischen Universität Dortmund und Lehrkräften aus Nordrhein-Westfalen gemeinsam entwickelt. Ich danke allen Beteiligten für das hohe Engagement, mit dem sie ihr Expertenwissen und ihre Erfahrungen bei der Erstellung der Handreichung eingebracht haben.

Ihnen, liebe Leserinnen und Leser, danke ich an dieser Stelle für Ihre unermüdlichen Bemühungen im Gemeinsamen Lernen – eine wichtige gesellschaftliche Aufgabe. Es ist unser gemeinsames Anliegen, dem Bildungsanspruch aller Schülerinnen und Schüler gerecht zu werden und eine größtmögliche Chancengerechtigkeit in Nordrhein-Westfalen herzustellen. In diesem Sinne wünsche ich Ihnen bei der Umsetzung der Inhalte in die Schulpraxis viel Erfolg.

Dorothee Feller

Ihre **Dorothee Feller**
Ministerin für Schule und Bildung
des Landes Nordrhein-Westfalen

Intention und Konzeption der Handreichung

Die vorliegende Handreichung mit dem Titel ‚Mathematik gemeinsam lernen' ist mit der Intention entstanden, Lehrkräfte der Primarstufe bei der Planung, Durchführung und Reflexion inklusiven Mathematikunterrichts zu unterstützen. Sie basiert auf der Arbeit des im Jahr 2015 mit Unterstützung des Schulministeriums gestarteten Projekts ‚Mathematik inklusiv mit PIKAS'. Im Zuge des Projekts wurden Unterrichtsmaterialien zu zentralen Unterrichtsthemen entwickelt, Texte mit wichtigen Hintergrundinformationen verfasst sowie mathematikdidaktisch und sonderpädagogisch fundierte konzeptionelle Überlegungen formuliert.

Das Verständnis des Begriffs *Inklusion* ist zweifelsohne vielfältig. Im Sinne einer gemeinsam geteilten Verstehens- und Gesprächsgrundlage nutzen wir im Kontext des Projekts folgende aus unserer Sicht klare und umfassende Definition als Ausgangspunkt.

> **„Menschen sind unterschiedlich, sie können es sein, ohne daraus Diskriminierungen erleiden zu müssen, und der Staat ergreift Vorkehrungen, die ihnen gerechte Chancen unabhängig von ihrem Geschlecht, ihrer Herkunft, Hautfarbe, ihrem Migrationshintergrund, ihren Eigenschaften und Zuschreibungen, ihren sexuellen oder anderen Orientierungen, ihren sozialen, ökonomischen oder kulturellen Benachteiligungen, ihrer Religion oder Behinderung ermöglichen" (Reich, 2012, S. 7).**

Anknüpfend an diese Definition verstehen sicherlich nicht nur wir Inklusion als Umsetzung von Chancengerechtigkeit für jeden einzelnen Menschen. Mathematik gemeinsam zu lernen bedeutet, die Teilhabe aller am Unterricht in einer Schule des Gemeinsamen Lernens, unabhängig von Geschlecht, besonderen Lernbedürfnissen, Religion, sozialem Status, usw. zu ermöglichen und aktiv zu unterstützen. Damit jedes Kind erfolgreich lernen kann, ist die Herstellung eines insgesamt ausgewogenen und lernförderlichen Verhältnisses von einerseits individuell adaptierten und andererseits gemeinsam gestalteten Lernsituationen von zentraler Bedeutung.

Uns ist bewusst, dass die Umsetzung der Inklusion bisweilen kontrovers diskutiert wird. Schulen und Lehrkräfte stehen zweifelsohne vor großen Herausforderungen. Zwar wird die Auseinandersetzung mit den Materialien, die in dieser Handreichung und auf der Projektwebsite *pikas-mi.dzlm.de* angeboten werden, vermutlich nicht alle Fragen beantworten können, die sich im Kontext des inklusiven Mathematikunterrichts stellen. Dennoch hoffen wir, dass die im Projekt entwickelten Unterrichtsideen und Hintergrundinformationen Potenzial für praxisrelevante Unterstützung bieten.

Die Unterrichtsmaterialien haben exemplarischen Charakter. Sie sind so aufbereitet, dass sie ohne großen Mehraufwand im Unterricht eingesetzt werden können. Durch die beispielhaften Konkretisierungen soll eine Sensibilisierung für die Grundzüge guten inklusiven Mathematikunterrichts erreicht und ein Einblick in die verschiedenen Unterstützungsbedarfe gegeben werden.

Da eine Webseite wie die Seite ‚Mathematik-inklusiv-mit PIKAS' grundlegend auf Weiterentwicklung angelegt ist, wird das bereits bestehende Angebot an Hintergrundinformationen und -texten sowie an Materialien und Ideen für den Unterricht weiterhin kontinuierlich ausgebaut und ergänzt.

Aktuell ist das Material auf der Webseite in vier Rubriken unterteilt:

- In der Rubrik **„Leitideen"** werden inhaltsübergreifende Aspekte des Mathematikunterrichts betrachtet und anhand von Schülerdokumenten näher erläutert. Dabei wird explizit auf ihren Nutzen im Zusammenhang mit inklusiven Lerngruppen eingegangen.
- In der Rubrik **„Inhalte"** werden Themen und Unterrichtsideen für den Einsatz im inklusiven Mathematikunterricht aufbereitet. Dazu werden neben einer ausführlichen Sachanalyse zentraler Inhaltsbereiche Adaptionen grundlegender Aufgabenstellungen (Basisaufgaben) erkundet und mögliche, individuelle Unterstützungsmaßnahmen für Kinder mit besonderem Unterstützungsbedarf vorgestellt. Zusätzlich wird anhand von einzelnen Unterrichtssequenzen aufgezeigt, wie gemeinsame Lernsituationen gestaltet und mit einer gemeinsamen Aufgabenstellung verschiedene Lernziele erreicht werden können.
- In der Rubrik **„Förderschwerpunkte"** erhalten Sie eine Definition aller sieben Förderschwerpunkte sowie ihrer charakteristischen Merkmale und wichtiger Bedingungsfaktoren. Sie finden

Matheinklusiv mit PIKAS

Deutsches Zentrum für Lehrkräftebildung Mathematik

LEITIDEEN INHALTE FÖRDERSCHWERPUNKTE PROJEKTINFOS MATERIALFINDER

Hinweise zur Diagnostik und Anregungen für mögliche Lernumgebungen sowie eine Darstellung einiger wichtiger Schulgesetze und Verordnungen (AO-SF).

- In der Rubrik **„Schuleinblicke“** werden Praxisideen aus Schulen vorgestellt, die sich bereits auf den Weg gemacht haben, guten inklusiven Mathematikunterricht zu entwickeln und umzusetzen. Zudem werden Ihnen hier Experteninterviews angeboten, in denen verschiedene Fragestellungen bezüglich der Entwicklung eines inklusiven Mathematikunterrichts erörtert werden.

In der vorliegenden Handreichung geben wir Ihnen Einblicke in unsere Arbeit. Aus unserer Sicht ist die differenzsensible fachbezogene Unterrichtsplanung von zentraler Bedeutung für das Gelingen inklusiven Mathematikunterrichts. Wie im einleitenden Kapitel 1 deutlich werden soll, meint differenzsensible Unterrichtsplanung, dass Unterrichtsinhalte unter Berücksichtigung individueller Lernstände und unterschiedlichster Lernvoraussetzungen so aufbereitet werden, dass vielfältige mögliche, fachliche Zugänge genutzt werden können.

Hierzu ist die Orientierung an vier Leitideen hilfreich, die in den Kapiteln 2 bis 5 vorgestellt werden sollen. An konkreten Beispielen wird ausgeführt, wie Aufgaben adaptiert werden können, sodass sie individuell unterschiedliche Lernstände und Lernmöglichkeiten berücksichtigen und wie eine diagnosegeleitete Förderung erreicht werden kann. Außerdem werden Möglichkeiten aufgezeigt, in heterogenen Lerngruppen den Austausch anzuregen und effektive Übungsphasen so zu gestalten, dass sowohl Verständnis aufgebaut als auch Geläufigkeit trainiert wird.

In den Kapiteln 6 bis 12 werden gemäß ‚Ausbildungsordnung sonderpädagogische Förderung‘ (AO-SF) sieben Schwerpunkte sonderpädagogischer Unterstützung in Kurzporträts vorgestellt. Es werden einige charakteristische Merkmale des Erlebens und Verhaltens in Schule und Unterricht erörtert, bevor Hinweise zur gezielten Gestaltung von angepassten Lernumgebungen im Mathematikunterricht gegeben werden. Tipps zum Lesen und Lernen im Internet und in der Fachliteratur runden die Kurzporträts ab.

In den Kapiteln 13 und 14 werden beispielhaft und konkret vier Lernumgebungen vorgestellt – zwei Lernumgebungen zum Darstellen von Zahlen und zwei Lernumgebungen zur Entwicklung eines tragfähigen Operationsverständnisses zur Multiplikation. Kern dieser Lernumgebungen ist jeweils eine Basisaufgabe für alle Schülerinnen und Schüler, die den gemeinsamen Inhalt vorgibt. Ausgehend von dieser Basisaufgabe werden verwandte Aufgabenstellungen im Sinne einer inhaltlichen Reduktion bzw. Erweiterung vorgestellt.

Die vorliegende Handreichung verfolgt nicht nur die Intention, Ihnen einen kompakten Überblick über das Thema ‚Mathematik gemeinsam lernen‘ zu geben, sondern auch den Zweck, Sie auf die Website *pikas-mi.dzlm.de* neugierig zu machen. Zu diesem Zweck wird eine Auswahl von Themen vorgestellt und stets mit weiterführenden Hinweisen auf die Website versehen. Hierzu werden häufig sog. Kurz-URLs angegeben, mit deren Hilfe Sie direkt an die entsprechende Stelle auf der Website gelangen können.

Wir würden uns freuen, wenn diese Handreichung und das weiterführende Material auf der Website sich in Phasen des Selbststudiums, bei der Arbeit innerhalb eines Mathe-Teams, in der Lehrerausbildung, im Rahmen von Fortbildungsmaßnahmen und von Schulleiterdienstbesprechungen als hilfreich erweist.

Dortmund, im September 2021
Ihr Team von ‘Mathe inklusiv mit PIKAS‘

Inhaltsverzeichnis

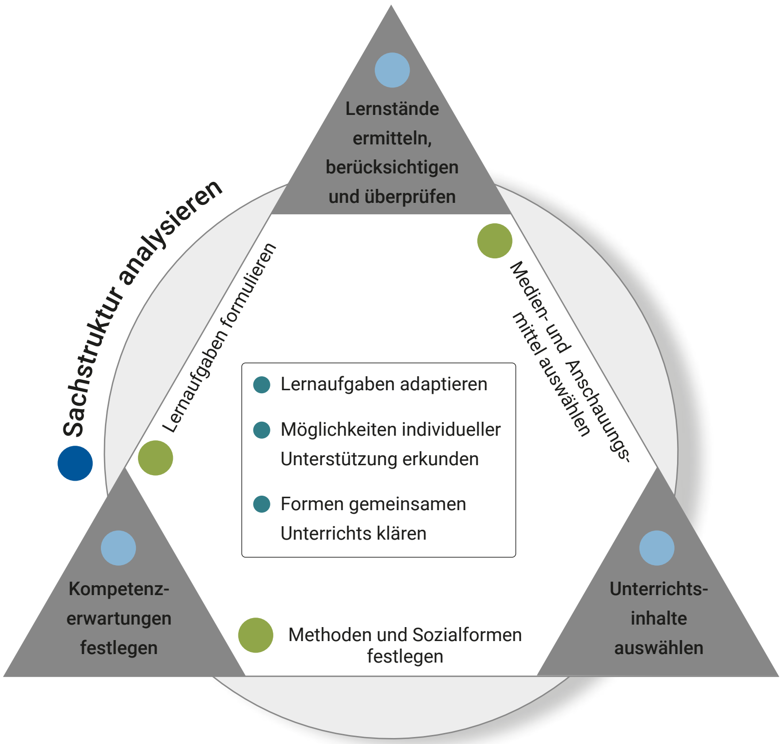
1 Unterricht differenzsensibel planen

- *pikas-mi.dzlm.de/node/272*

Im inklusiven Unterricht trifft die Lehrkraft auf Schülerinnen und Schülern mit den unterschiedlichsten Lernvoraussetzungen. Um dieser Vielfalt angemessen begegnen zu können, ist eine differenzsensible Planung, Durchführung und Reflexion von Unterricht notwendig. Dabei sollten individuelle Fähigkeiten und Potenziale berücksichtigt und die Lernprozesse jedes einzelnen Kindes unterstützt und gewürdigt werden.

Die Lerninhalte eines inklusiv ausgerichteten Mathematikunterrichts unterscheiden sich nicht grundsätzlich von denen eines nicht inklusiv ausgerichteten Mathematikunterrichts. Inklusiver Mathematikunterricht ist deshalb auch nicht grundlegend von herkömmlicher Unterrichtspraxis verschieden. Vielmehr gilt es, wichtige Bestandteile der Unterrichtsvorbereitung anzupassen und neue Planungselemente zu integrieren.

Aus fachdidaktischer Sicht stellt sich vor allem die Frage, wie es gelingen kann, bei der Arbeit an einem Lerngegenstand gemeinsame Zielsetzungen zu verfolgen und zugleich auch zieldifferentes Arbeiten zu ermöglichen, ohne den fachlichen Anspruch aufzugeben. Somit werden besondere Zugänge im inklusiven Unterricht benötigt, die gezielte Unterstützungsmaßnahmen auf unterschiedlichen Niveaustufen beinhalten (vgl. Wember 2013). Um allen Kindern einen Zugang zu den Lernangeboten im Mathematikunterricht zu ermöglichen, müssen bei der Planung nicht nur die individuellen mathematischen Lernstände der Schülerinnen und Schüler bedacht werden, sondern auch die verschiedenen sensorischen, kognitiven, emotionalen, sprachlichen oder körperlichen Lernvoraussetzungen. Hier gilt es, durch gezielte methodische, mediale oder soziale Unterstützungsmaßnahmen, im Rahmen der Möglichkeiten, Barrieren zu reduzieren (vgl. KMK 2011).



Die abgebildete Grafik bietet einen Überblick über die verschiedenen Elemente einer differenzsensiblen Unterrichtsplanung. Deutlich wird, dass die einzelnen Planungselemente miteinander korrespondieren und nicht unabhängig voneinander gedacht werden können.

Am Beispiel einer Unterrichtssequenz zur Erkundung des Zahlenraums bis 100 (100 STRUKTURIERT DARSTELLEN) wird im Folgenden der Verlauf einer möglichen Unterrichtsplanung dargestellt. Dabei wird deutlich werden, wie und an welchen Stellen der Unterrichtsplanung ein solch differenzsensibler Blick zu einem Mathematikunterricht mit Raum für Vielfalt führen kann.

Die Reihenfolge, mit der die einzelnen Elemente bedacht werden, ist nicht festgelegt und kann variiert werden. So kann es beispielsweise sinnvoll sein, zunächst auf der Grundlage des Lehrplanes einen Unterrichtsinhalt auszuwählen und eine konkrete Lernaufgabe zu bestimmen. Ausgehend von dieser konkreten Festlegung gilt es dann, alle weiteren Planungselemente einzubeziehen.

UNTERRICHTSINHALTE AUSWÄHLEN

Die Planung differenzsensiblen Unterrichts stellt die Lehrkraft vor die Herausforderung, Inhalte auf der Grundlage des Lehrplans so auszuwählen, dass trotz möglicher Unterschiede in Bezug auf die individuellen Kompetenzerwartungen gemeinsames Lernen möglich wird. Eine sorgsame Aufbereitung der Inhalte erlaubt es, einen Bogen zwischen den individuellen Vorerfahrungen und Lernvoraussetzungen der Schülerinnen und Schüler zu schlagen. Besonders geeignet für den Unterricht in heterogenen Lerngruppen erweisen sich Inhalte, die den fundamentalen Ideen des Mathematikunterrichts (vgl. Wittmann et al. 2017a) entsprechen und bei denen der Kompetenzaufbau im Sinne des Spiralprinzips durch eine wiederkehrende Beschäftigung mit mathematischen Zusammenhängen auf immer höherem Niveau mit steigendem Abstraktionsgrad erfolgt. Dadurch kann der mathematische Basisstoff grundlegend thematisiert werden und zugleich können für Schülerinnen und Schüler komplexe Themenfelder erkundet werden.

LERNAUFGABEN FORMULIEREN

Eine zentrale Rolle bei der Planung des inklusiven Mathematikunterrichts spielt die Frage, wie konkrete Lernaufgaben formuliert werden können, die Kinder mit unterschiedlichen Lernvoraussetzungen und -potentialen ansprechen, ohne dass dabei Unterricht mit streng separierten Lernpaketen entsteht. Die angeführten zehn Kriterien charakterisieren sog. „Basisaufgaben“, die im Rahmen einer differenzsensiblen Unterrichtsplanung ein wesentliches Element darstellen.

Basisaufgaben ...

1. bieten eine niedrige Einstiegsschwelle.
2. sind herausfordernd auf unterschiedlichem Anspruchsniveau und ermöglichen eigenständiges, entdeckendes Lernen.
3. regen die Auseinandersetzung mit mathematischen Fragestellungen, Mustern, Strukturen an.
4. bieten reichhaltige Möglichkeiten für gemeinsame, kooperative, reflektierende mathematische Aktivitäten.
5. sind flexibel, können so an die spezifischen Gegebenheiten einer bestimmten Klasse angepasst werden und bieten eine Grundlage für weitergehende Differenzierungsmaßnahmen und Aufgabenadaptionen.
6. ermöglichen es allen Kindern, an den eigenen Lernvoraussetzungen anzuknüpfen.
7. fördern und fordern inhalts- und prozessbezogene Kompetenzen.
8. bieten Offenheit in Bezug auf die Wahl der Arbeitsmittel sowie der Darstellung.
9. ermöglichen verschiedene Zugänge und Lösungswege.
10. geben eine Grundlage für eine gemeinsame aufgabenbezogene Abschlussreflexion.

UNTERRICHTSSEQUENZ: 100 STRUKTURIERT DARSTELLEN

Unterrichtsinhalt auswählen – Lernaufgabe formulieren

Die Unterrichtssequenz ist verortet im Inhaltsbereich „Zahlen und Operationen“. Im Mittelpunkt steht die Erkundung des Dezimalsystems mit Bezug auf die Unterscheidung von Zehnern und Einern, das Zählen in Schritten sowie das strukturierte Darstellen und Erfassen von gebündelten Mengen.
Die Basisaufgabe der Unterrichtssequenz lautet:

„Legt 100 Bausteine so, dass andere Kinder sofort erkennen können, dass es genau 100 sind. Prüft dann die Lösung von zwei anderen Kindern. Erklärt euch gegenseitig, wie man schnell sehen kann, dass es genau 100 Steine sind und sammelt eure Ideen."

Durch den konkreten Arbeitsauftrag werden die Kinder aufgefordert, 100 Bausteine in eine überschaubare Struktur zu bringen. Diese Aufgabe bietet den Kindern einen niederschwelligen Zugang zur mathematischen Aktivität, ermöglicht zugleich unterschiedlich komplexe Zugänge und diverse Lösungswege sowie die

Möglichkeit einer gemeinsamen fachgebundenen Reflexion, in der mathematische Muster und Strukturen in den Blick genommen werden können.

SACHSTRUKTUR ANALYSIEREN

Die Analyse der Sachstruktur des Lerninhaltes bildet die Grundlage für eine differenzsensible Unterrichtsplanung. Auf ihrer Basis werden

- Unterrichtsinhalte begründet,
- Kompetenzerwartungen formuliert und die themenbezogenen Lernstände bestimmt,
- mögliche Förder- und Differenzierungsmaßnahmen ersichtlich,
- geeignete Lernaufgaben, Medien und Anschauungsmittel sowie Methoden und Sozialformen ausgewählt.

> **„Ziel der Sachanalyse ist es (...), sich der Strukturen und Beziehungen des Unterrichtsgegenstandes bewusst zu werden und diese auf den didaktischen Planungsprozess beziehen zu können“ (Heckmann & Padberg 2008, S. 71).**

UNTERRICHTSSEQUENZ: 100 STRUKTURIERT DARSTELLEN

Sachstruktur analysieren

Der Fokus liegt auf drei – für den Mathematikunterricht in der Grundschule zentralen – Lerninhalten:

1) Entwicklung der Zählkompetenzen
Um Anzahlen erfolgreich ermitteln zu können, müssen Kinder nicht nur die korrekte Folge der Zahlwörter kennen, sie müssen darüber hinaus über weitere Kompetenzen verfügen, wie zum Beispiel die Einsicht in verschiedene Zählprinzipien (also das Eins-Eins-Prinzip, das Kardinalprinzip oder das Prinzip der stabilen Rangfolge vgl. z.B. *https://pikas-mi.dzlm.de/node/121*).

2) Anzahlen strukturiert erfassen und darstellen
Die Fähigkeit zur strukturierten Anzahlerfassung und -darstellung ist von grundlegender Bedeutung, da erst durch sie der Aufbau von Zahlvorstellungen und die Entwicklung von nicht-zählenden Rechenstrategien gewährleistet wird. „Je besser ein Kind die gruppenweise Anzahlbestimmung beherrscht, desto leichter, schneller und sicherer kann es später rechnen“ (Wittmann & Müller 2009, S. 15). Während die Anzahl der Elemente bei kleineren Mengen (bis zu vier) in der Regel „auf einen Blick“ (simultan), d.h. ohne zu zählen, bestimmt werden kann, gelingt eine sog. quasi-simultane oder strukturierte Anzahlerfassung bei einer größeren Menge nur dann, wenn diese zugleich in ihrer Gesamtheit und als Zusammensetzung unterschiedlicher Teile bzw. Gruppen gesehen werden kann (vgl. *https://pikas-mi.dzlm.de/node/122*).

3) Aufbau von Einsichten in das Dezimalsystem
Wesentlich für den Aufbau tragfähiger Zahlvorstellungen ist das Verständnis unseres Zahlsystems als dekadisches Stellenwertsystem (*https://pikas-mi.dzlm.de/node/529*). Der Aufbau dekadischer Einsichten basiert auf Gelegenheiten zur aktiven Auseinandersetzung mit Anzahlen, die eine dezimale Strukturierung erforderlich machen. Dies gelingt mit Anzahlen, die zumindest eine Bündelung von 10 Einern in 1 Zehner und darauf aufbauend von 10 Zehnern in 1 Hunderter erforderlich machen.

LERNSTÄNDE ERMITTELN

„Eine inklusive Unterrichtsgestaltung beruht auf einer den Lernprozess begleitenden pädagogischen Diagnostik und einer kontinuierlichen Dokumentation der Lernentwicklung“ (KMK 2011, S. 10). Um die Schülerinnen und Schüler optimal in ihrem Lernprozess begleiten und unterstützen zu können, ist es deshalb sinnvoll und wichtig, vor der Durchführung einer Unterrichtseinheit zu erheben, an welcher Stelle des Lernprozesses die Kinder sich gerade befinden.

UNTERRICHTSSEQUENZ: 100 STRUKTURIERT DARSTELLEN

Lernstände ermitteln

Die Lernstände der Kinder sollten in den inhaltsbezogenen Bereichen „Zählkompetenzen“, „Strukturen und Beziehungen erkennen und nutzen“ und „Darstellungsebenen wechseln“ bekannt sein oder informell im Unterricht erhoben werden. Möglichkeiten dazu bieten beispielsweise gemeinsame (Ab-)Zählaktivitäten in verschiedenen Zahlenräumen. Darüber hinaus können Aufgaben bearbeitet werden, bei denen die Lernenden strukturierte Zahldarstellungen (z.B. Punktefelder) gemeinsam deuten und beschreiben.

KOMPETENZERWARTUNGEN FESTLEGEN

Die Analyse der Sachstruktur weist die Kompetenzbereiche fachlichen Lernens aus. Die Ermittlung von individuellen Lernständen zeigt der Lehrkraft, an welchen unterschiedlichen Stellen des Lernprozesses sich die Kinder einer Lerngruppe im Hinblick auf die ausgewiesenen Kompetenzbereiche befinden. Mit Orientierung am Lehrplan lassen sich auf dieser Grundlage nicht nur Kompetenzerwartungen für die Lerngruppe insgesamt formulieren; bei zieldifferent zu unterrichtenden Lernenden können individuell reduzierte und bei besonders leistungsstarken Lernenden erweiterte Kompetenzerwartungen ausdifferenziert und begründet werden.

UNTERRICHTSSEQUENZ: 100 STRUKTURIERT DARSTELLEN

Kompetenzerwartungen festlegen

Die Analyse der Sachstruktur weist drei Kompetenzbereiche fachlichen Lernens aus (s. o.). Auf der Grundlage der Lernvoraussetzungen der einzelnen Kinder können konkrete Kompetenzerwartungen formuliert werden...

- bei der Entwicklung von Zählkompetenzen vom Erwerb der Zahlwortreihe und den Zählprinzipien über das einfache Ab- und Weiterzählen, das wiederholte Zählen in 2er- und 3er-Schritten bis zum bündelnden Zählen in 5er- und 10er-Schritten,
- bei der Entwicklung der strukturierten Anzahlerfassung und -darstellung von der Simultanerfassung kleinerer Anzahlen bis 4 oder darüber hinaus über die Erfassung strukturierter Teilmengen bis hin zum Bündeln in 10er-Schritten (Einer zum Zehner, Zehner zum Hunderter) und zur Bestimmung von Anzahlen durch Addition von Teilmengen,
- beim Aufbau von Einsichten in das Dezimalsystem von Zahldarstellungen mit Bausteinen über Notationen in Zahlenbildern bis hin zu symbolischen Notationen.

Durchgängig werden prozessbezogene Kompetenzen gefordert und gefördert, insbesondere das Darstellen, das Kommunizieren und das Argumentieren beim Dokumentieren, Beschreiben und Begründen des eigenen Vorgehens und Nachvollziehen des Vorgehens anderer.
Strukturierte Beobachtungen während des Unterrichts sowie diagnostische Erhebungen nach der Durchführung der Unterrichtssequenz geben Aufschluss darüber, ob die Kompetenzerwartungen passend ausgewählt und die angestrebten Kompetenzen tatsächlich erworben werden konnten.

Rechenschwierigkeiten

Ein Unterricht, der die potenziellen stofflichen Hürden kennt und diese bei der Planung, Durchführung sowie Auswertung des Unterrichts angemessen berücksichtigt, kann die Wahrscheinlichkeit deutlich senken, dass Schülerinnen und Schüler Rechenschwierigkeiten entwickeln oder verfestigen. Dabei kommt dem Arithmetikunterricht in der Schuleingangsphase eine besondere Bedeutung zu, denn Defizite, die hier entstehen oder nicht ausgeglichen werden, können das Weiterlernen in den folgenden Schuljahren erschweren. Als potenzielle stoffliche Hürden gelten hier das Zahlverständnis, das Operationsverständnis, das Stellenwertverständnis und das nicht-zählende Rechnen, zunächst im Rahmen von Addition und Subtraktion im Zwanzigerraum, ab dem 2. Schuljahr dann in größeren Zahlräumen und auch bei den anderen Rechenoperationen.
Die Handreichung ‚Rechenschwierigkeiten vermeiden‘ (*pikas.dzlm.de/999*) fasst zentrales Hintergrundwissen zu diesen Themen kompakt zusammen und verbindet dieses mit konkreten Unterrichtsanregungen.

MEDIEN UND ANSCHAUUNGS-MITTEL AUSWÄHLEN

Anschauungsmittel (auch digitale) sind beim Mathematiklernen aus verschiedenen Gründen von besonderer Bedeutung (z. B. Söbbeke, 2008). Hierbei spielt der sog. Darstellungswechsel eine große Rolle - insbesondere für Kinder mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen.
Das Übersetzen zwischen verschiedenen Darstellungen, beispielsweise vom mathematischen Symbol in ein Bild, ist grundlegende Voraussetzung für den Aufbau von tragfähigen Grundvorstellungen zu Zahlen und Operationen. Für die Lernenden ist es deshalb wichtig, dass der Mathematikunterricht von Beginn an durchgängig (auch in den höheren Klassenstufen) vielfache Darstellungswechsel anregt (s. Abb. unten).

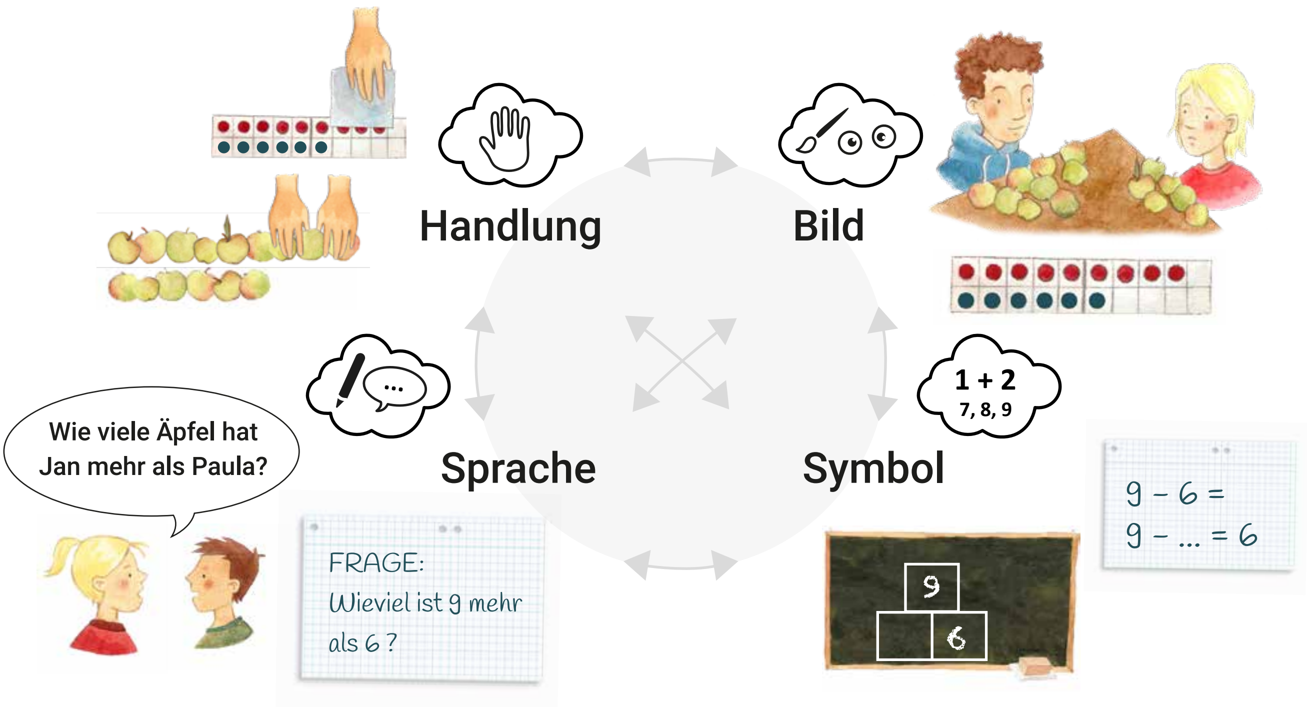
UNTERRICHTSSEQUENZ: 100 STRUKTURIERT DARSTELLEN

Medien und Anschauungsmittel auswählen

Es sollte darauf geachtet werden, dass die den Lernenden zur Verfügung gestellten Materialien unterschiedliche Darstellungen und Strukturierungen ermöglichen und dass die vorliegenden Elemente gleichförmig sind. Denn nur dann können vergleichbare Strukturen von den Kindern erfunden werden.
Ein Beispiel für so ein gleichförmiges, gut strukturierbares Material sind die auf S. 8 abgebildeten Bausteine. Diese können gut neben- oder aufeinandergelegt werden und bieten Gelegenheiten zu unterschiedlichen Strukturierungen. Sind keine Holzbausteine o.ä. vorhanden, können zum Beispiel auch Wendeplättchen, Würfel, Muggelsteine etc. verwendet werden.
Als Dokumentation der Ergebnisse bietet es sich an, die gefundenen Strukturierungen aufzuzeichnen. Der Wechsel zur bildlichen Darstellungsform wird erleichtert, wenn besprochen wird, wie die Bausteine gemalt werden können. Ebenso ist denkbar, dass eine Dokumentation über ein Foto der Ausstellung erfolgt, das im weiteren Unterrichtsgeschehen ausgedruckt und ausgestellt wird.
Um die Kinder in der Nutzung der sprachlich-symbolischen Ebene zu unterstützen, können Klassenwortspeicher entwickelt werden, bei denen zum Beispiel auf einem Plakat wesentliche Sprachmuster gesammelt werden, die für die Beschreibung der gefundenen Strukturierungen hilfreich sind (z.B. „5er- und 10er-Stapel“, „immer gleich viele“, „insgesamt ... Stapel“).

Sprachbildung

Das Erlernen von Mathematik wird erschwert, wenn die Lernenden nicht über die notwendigen sprachlichen Voraussetzungen verfügen. Dies fällt vor allem dadurch auf, dass die Kinder häufig kontextgebunden kommunizieren und kaum bildungs- oder fachsprachliche Elemente nutzen. Ihre Alltagssprache ist gekennzeichnet



durch unvollständige Sätze und Zeigegesten, die durch Adverbien wie „hier" oder „da" verstehbar werden. Die Unterrichtssprache hingegen ist eine spezialisierte Sprache mit für die Lernenden neuen (Summand) oder anders zu deutenden Fachbegriffen (Seite, Unterschied), mit Oberbegriffen (Viereck – Quadrat), abstrakten Pronomen (man, es, niemand oder jede/r), Substantivierungen (das Ergänzen), Komposita (Zahlenmauer, Flächeninhalt), Passivkonstruktionen (Die Zahlen werden vertauscht), komplexeren Satzstrukturen (wenn…, dann…) oder Konjunktionen (während, nachdem).
Daher ist durchgängige Sprachbildung ein wichtiges Prinzip des Mathematikunterrichts. Wie diese Leitidee umgesetzt werden kann, kann der Handreichung „Sprachbildung im Mathematikunterricht der Grundschule" entnommen werden, die voraussichtlich im Sommer 2022 erscheinen wird.

METHODEN UND SOZIALFORMEN FESTLEGEN

Bei der differenzsensiblen Unterrichtsplanung geht es darum, die Methoden und Sozialformen so auszuwählen, dass gemeinsame Lerngelegenheiten geschaffen werden und eine aktive Auseinandersetzung mit dem Lerngegenstand angeregt wird. Nicht nur im inklusiven Mathematikunterricht sollte dabei die Vielfalt als Potential und Lernanlass genutzt werden (s. auch Kap. 5). In der Auseinandersetzung mit den Lösungswegen, Ideen und Entdeckungen der anderen Kinder können die eigenen Ansätze und Vorstellungen reflektiert und weiterentwickelt werden. Gemeinsame Arbeits- und Austauschphasen müssen dabei methodisch strukturiert werden, damit sie produktiv ablaufen und die Lernenden darin unterstützen, sich gemeinsam mit dem mathematischen Inhalt auseinander zu setzen und in Interaktion mit ihren Mitschülerinnen und Mitschülern zu treten.

UNTERRICHTSSEQUENZ: 100 STRUKTURIERT DARSTELLEN

Methoden und Sozialformen festlegen

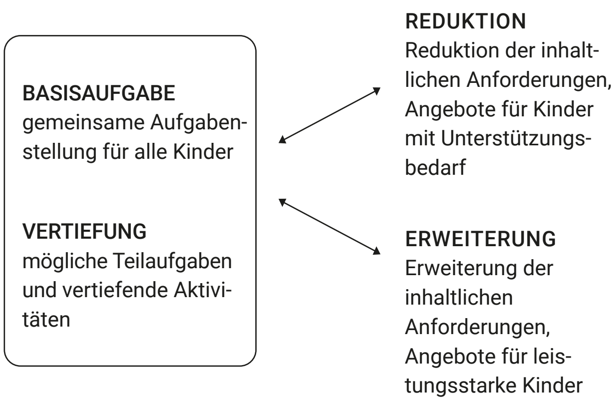
Gemeinsamer Einstieg: Die Kinder sollen zunächst die Anzahl der später zu strukturierenden Holzbausteine schätzen. Alle Kinder können so auf unterschiedliche Weise im Einstieg partizipieren: Sie können die Anzahl qualitativ angeben (z. B. das sind viele), sie können sie mit Zahlwörtern beschreiben, die synonym für eine hohe Anzahl stehen (Hundert, Tausend, eine Million) oder sie können eine konkrete Schätzung erläutern und begründen.

Gemeinsame Arbeitsphase: In einer Partnerarbeit einigen sich die Kinder gemeinsam auf eine Möglichkeit der Anzahlbestimmung und -darstellung. So bietet sich vor allem die Gelegenheit zum inhaltlichen Austausch über und zur argumentativen Aushandlung von Ideen zur Darstellung von Zähleinheiten. Bei Bedarf kann die Zusammenarbeit unterstützt werden, indem den Kindern klare Rollen vorgegeben werden oder indem sie stärker angeleitet werden, wer wann was legt.

Reflexionsphase: Eine Gruppe besucht die Ausstellung einer anderen Gruppe mit dem Beobachtungsauftrag „Woran erkennt ihr schnell, dass es 100 Bausteine sind?“. Somit werden verschiedene Möglichkeiten zur Bestimmung und Darstellung von Anzahlen reflektiert. Zudem sind hier Begründungs- und Beschreibungsansätze auf unterschiedlichen Niveaus möglich. In einer gemeinsamen Reflexion über gefundene und mathematisch gut nutzbare Strukturen können die Erkenntnisse gesichert werden (z.B. Fünfer und Zehner sind gut sichtbar).

LERNAUFGABEN ADAPTIEREN

Ausgehend von einer offen gestalteten „Basisaufgabe“ können vertiefende Aktivitäten und weitergehende Differenzierungsmaßnahmen für Kinder mit unterschiedlichen Lernvoraussetzungen und Lernzielen über Reduktionen und Erweiterungen im Unterrichtsverlauf integriert werden.



Sind zugleich Wahlmöglichkeiten bezüglich der Arbeitsmittel sowie der Darstellung gegeben, wird das Differenzierungspotential der Lernaufgabe noch erweitert. Auch viele Schulbuchaufgaben können durch Adaptionen so verändert werden, dass sie die notwendigen Bedingungen für ein inklusives Setting erfüllen.

UNTERRICHTSSEQUENZ: 100 STRUKTURIERT DARSTELLEN

Lernaufgabe (Basisaufgabe) adaptieren

Vertiefung: Im Anschluss an die Bearbeitung des ersten Teils der Basisaufgabe können die Kinder ihre Kompetenzen vertiefen, indem sie ihr Vorgehen auf einem Dokumentationsblatt beschreiben und durch den Wechsel der Darstellung (von handelnd zu bildlich oder symbolisch) die von ihnen gefundenen Möglichkeiten zur Anzahlbestimmung reflektieren.

Reduktion: Bereits die Basisaufgabe weist eine niedrige Einstiegsschwelle auf, so dass auch Kindern mit noch nicht weit ausgebauten Zählfähigkeiten und Zahlvorstellungen ein Zugang zur Aufgabenstellung ermöglicht wird. Lernziele für diese Kinder sind zum Beispiel das sichere Zählen im kleinen Zahlenraum, das strukturierte Erfassen von kleinen Anzahlen, das Erkunden der Kraft der 5. Diese Aktivitäten sind eingebunden in die gemeinsame Arbeit an der Basisaufgabe. So kann der offene Auftrag beispielsweise angepasst werden, indem die Anzahl der Bausteine vorgegeben wird („Lege immer 5 Bausteine").

Erweiterung: Leistungsstarke Kinder können herausgefordert werden, sich intensiver mit den gefundenen Strukturierungen zu befassen. So bietet die Aufgabenstellung „Notiere zu deinen gelegten 100 Bausteinen verschiedene Aufgaben. Erkläre, warum die Aufgaben passen können." den Kindern die Möglichkeit, sich mit unterschiedlichen Zahl- und Aufgabenbeziehungen im Zahlenraum bis 100 auseinanderzusetzen (mögliche Aufgaben sind: $10 + 10 + 10$ ... oder $10 \cdot 10$ oder $2 \cdot 50$ oder $20 \cdot 5$). Eine zusätzliche Erweiterung kann auch die Frage nach der Gesamtzahl aller Bausteine sein, die in der Klasse ausgestellt wurden.

Leistungsstärke

Die Leitidee der individuellen Förderung impliziert immer auch die Förderung der leistungsstarken Lernenden. Diese ist auch angesichts der Ergebnisse von internationalen Vergleichsuntersuchungen von zentraler Bedeutung, die aufzeigen, dass es in Deutschland vergleichsweise wenige Kinder gibt, die die höchste Kompetenzstufe erreichen. Auch aus diesem Grund ist eine Handreichung in Vorbereitung, die sich damit befassen wird, wie leistungsstarke Lernende besser gefördert werden können.
Zu deren Förderung sind im Wesentlichen drei Modelle denkbar. Die Lernenden befassen sich erstens mit Inhalten und Aufgaben, die für sie noch nicht vorgesehen sind (z. B. in größeren Zahlräumen; *Vorwegnahme*). Zweitens werden Inhalte und Aufgaben bearbeitet, die nicht zum Kern des herkömmlichen Schulstoffs gehören und anregungsreich sind (z. B. Haus vom Nikolaus; *Verlagerung*). Und drittens werden Inhalte und Aufgaben, die von allen Kindern behandelt werden, mit neuen, nicht für alle verpflichtenden Fragestellungen versehen, bzw. im Sinne der natürlichen Differenzierung ausgeweitet (*Vertiefung*). Ergänzend bietet sich eine Reihe von Maßnahmen an, in klassen- oder schulübergreifenden Gemeinschaften (Förderstunden, AGs) oder in außerschulischen Kontexten (Elternhaus, Mathe-Club, Mathe-Wettbewerb).

MÖGLICHKEITEN INDIVIDUELLER UNTERSTÜTZUNG ERKUNDEN

Bei manchen Kindern sind über die fachlichen Differenzierungen hinaus Adaptionen der Aufgaben und der Lernaktivitäten vorzunehmen, damit ihnen die Inhalte des Mathematikunterrichts zugänglich sind und sie am Unterricht erfolgreich teilhaben können (vgl. Häsel-Weide & Nührenbörger 2015).

UNTERRICHTSSEQUENZ: 100 STRUKTURIERT DARSTELLEN

Möglichkeiten individueller Unterstützung erkunden

Blinden Kindern und Kindern mit eingeschränkter Sehfähigkeit kommt das Handeln mit Bausteinen entgegen. Die Aufgabenstellung sollte stets auch in Brailleschrift oder als Tonaufnahme angeboten werden.

Für Kinder mit eingeschränktem Hörvermögen sind verbale gestellte Aufgaben und Erläuterungen möglichst durch klar strukturierte und gut sichtbare Visualisierung zu begleiten. Filzunterlagen dämpfen bei der Arbeit mit Bausteinen die Geräuschkulisse für alle Kinder.
Um Kinder mit eingeschränkter Motorik zu unterstützen, können rutschfeste Tischunterlagen und große grifffreundliche Bausteine das eigenständige Handeln erleichtern.
Bei Aufgabenstellungen in schriftlicher Form sollten diese für Kinder mit eingeschränkten schriftsprachlichen Kompetenzen in einfacher Sprache verfasst und mit hilfreichen Abbildungen, Piktogrammen und Texthervorhebungen versehen werden. Sie können bei Bedarf von einem Lesepartner oder digital vom PC vorgelesen oder als Audiodatei abgespielt werden.
Kinder mit eingeschränkter Selbststeuerung und Schwierigkeiten beim Regelverhalten können durch gut strukturierte und verständlich vermittelte Aufgabenstellungen und Arbeitsaufträge und durch gemeinsam vereinbarte Regeln unterstützt werden.

FORMEN GEMEINSAMEN UNTERRICHTENS KLÄREN

Gemeinsames Unterrichten ist eine besonders erfolgversprechende Gelingensbedingung für gemeinsames Lernen, auch wenn in Zeiten knapper personeller Ressourcen die Lehrkraft oft allein vor der Klasse steht. Friend und Bursuck (2009) haben hierzu in empirischen Praxisstudien typische Kooperationsmodelle erkennen können, die ihre Vor- und Nachteile haben (vgl. hierzu *https://pikas-mi.dzlm.de/node/272*).
Die Kooperation von zwei (oder mehr) Lehrkräften in einer inklusiven Klasse ist sehr anspruchsvoll, denn sie benötigt nicht nur förderliche äußere Bedingungen (flexible Arbeitszeiten, Zeiten für gemeinsame Planungen und Reflexionen), sondern auch Respekt und Vertrauen, Transparenz und Zuverlässigkeit, gemeinsame Werte und professionelle Überzeugungen (Otremba & Wember 2017). Besonders wichtig ist eine gemeinsam vereinbarte Verteilung von Aufgaben und Zuständigkeiten. Wird die Lehrkraft von einer Integrationskraft unterstützt, hat sie die Aufgabe, die Integrationskraft gezielt in den Unterricht einzubinden, insbesondere bei der Bereitstellung unbedingt notwendiger persönlicher Hilfen für einzelne Lernende (z. B. bei der Organisation des Arbeitsplatzes oder bei der Bearbeitung von Aufgaben), ohne dass die Eigenständigkeit des Kindes durch Assistenz eingeschränkt wird.

UNTERRICHTSSEQUENZ: 100 STRUKTURIERT DARSTELLEN

Formen gemeinsamen Unterrichtens klären

In der Unterrichtssequenz bieten sich das Unterrichten im Team und auch das Unterrichten mit Unterrichtsassistenz an.

Klassenunterricht im Team
Beide Lehrkräfte unterrichten gemeinsam die ganze Klasse. Sie unterstützen sich gegenseitig bei allen Aufgaben wie beispielsweise bei der Erklärung von Arbeitsaufträgen, der Begleitung der Arbeitsphase etc.. Auf diese Weise kann zum Beispiel eine Lehrkraft nach dem gemeinsamen Einstieg mit einigen Kindern im Sitzkreis verbleiben, um den Arbeitsauftrag erneut zu klären oder individuelle Fragen zu beantworten. Die andere Lehrkraft kann währenddessen die Partnerarbeiten in der Arbeitsphase betreuen.

Klassenunterricht mit Unterrichtsassistenz
Eine Lehrkraft unterrichtet die Lerngruppe, während eine zweite Lehrkraft oder eine Fachkraft den Unterricht beobachtet bzw. einzelne Kinder unterstützt. So können Kinder unterstützt werden, die die Zählprinzipien noch nicht verinnerlicht haben. Mit diesen Kindern kann dann zum Beispiel die Zahlwortreihe gefestigt und das Abzählen einzelner Objekte weiter erarbeitet werden. Hierzu kann das Kind angeleitet werden, einzelne Objekte beim Zählen zur Seite zu schieben und jedem Objekt genau ein Zahlwort zuzuordnen.

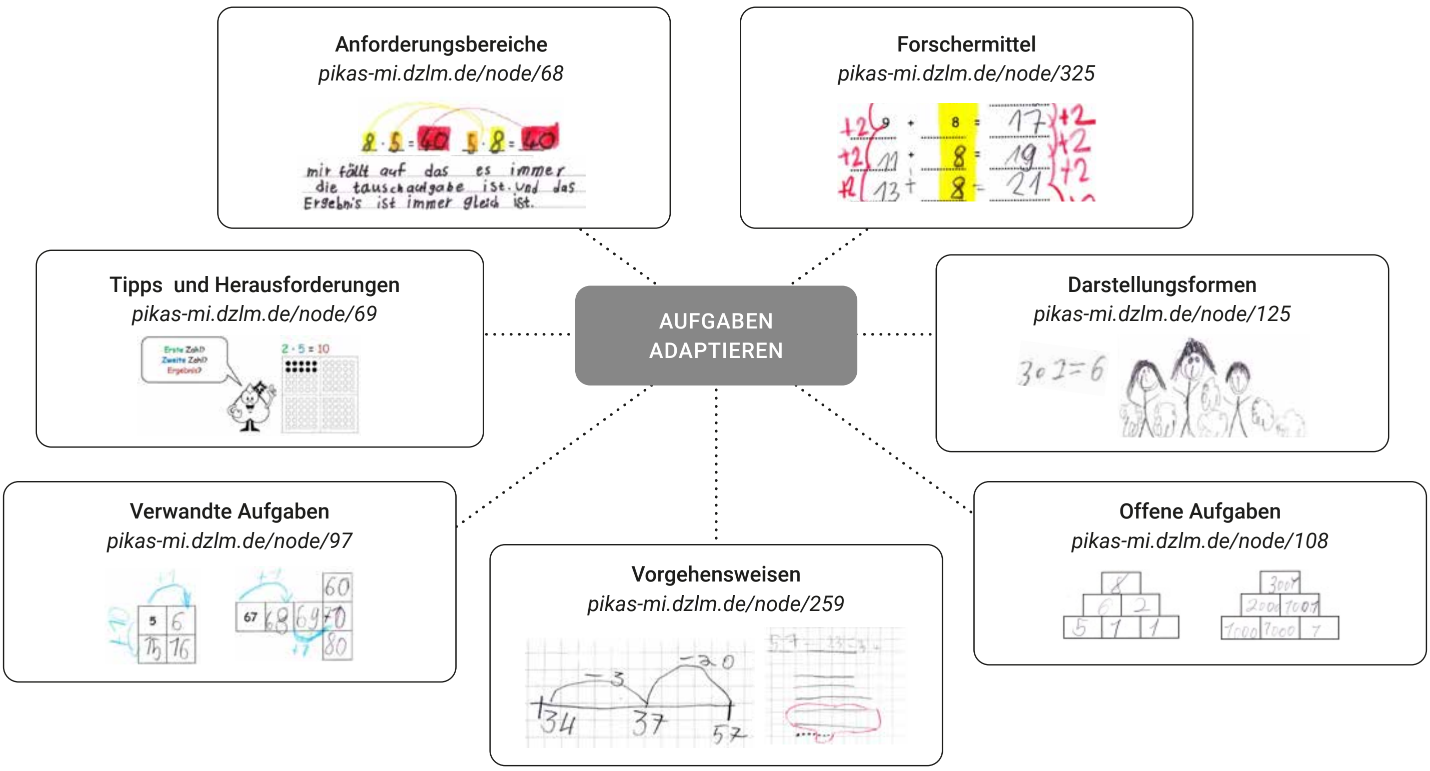
2 Aufgaben adaptieren

• *pikas-mi.dzlm.de/node/49*

Im Mathematikunterricht sollten Schülerinnen und Schüler jeden Leistungsniveaus individuell gefördert werden. Hierzu sind Lernaufgaben erforderlich, die adaptiv auf die unterschiedlichen Lernstände und Lernmöglichkeiten eingehen, aktives und selbsttätiges Lernen anregen und dabei gleichzeitig den gemeinsamen fachlichen Austausch der Schülerinnen und Schüler ermöglichen. Dies kann insbesondere realisiert werden, indem ganzheitliche Zugänge zu Lerninhalten geschaffen werden. Dadurch kann eine natürliche Differenzierung entstehen (nach Wittmann & Müller, vgl. Wittmann 1995). Gemeint ist damit (vgl. Krauthausen & Scherer 2010, S. 508) …

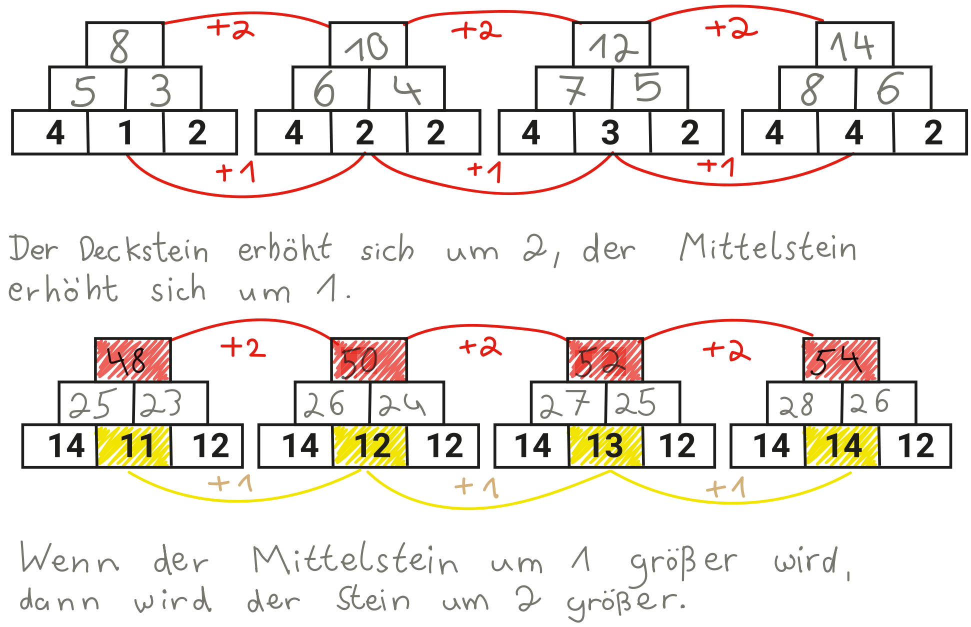
- ein gemeinsames Lernangebot für alle Lernenden,
- (inhaltliche) Ganzheitlichkeit und ein Mindestmaß an Komplexität, aus dem sich unterschiedliche Schwierigkeitsgrade ergeben,
- Freiheit in der Wahl des Bearbeitungsniveaus, der Lösungswege, der Hilfsmittel und der Darstellungsweisen sowie ggf. auch der Problemstellungen selbst und
- soziales Lernen von- und miteinander.

Natürlich ist das Lernen an gemeinsamen Inhalten und mit gemeinsamen, übergeordneten Problemstellungen nicht immer möglich. Aber wo immer es sinnvoll ist, sollten Lehrpersonen die Bedingungen dafür schaffen, dass alle Schülerinnen und Schüler, unabhängig von ihren jeweiligen Lernvoraussetzungen, einen Zugang zu Aufgabenstellungen erhalten und sich am fachlichen Austausch beteiligen können. Denn fachbezogenes gemeinsames Lernen ist nicht schon allein dadurch gegeben, dass die Lernenden sich im selben Raum befinden. Ebenso wenig darf erwartet werden, dass die Bereitstellung einer Lernaufgabe mit dem Potenzial zu natürlicher Differenzierung bereits ausreichend ist, um allen Kindern eine erfolgreiche Bearbeitung zu ermöglichen. Natürliche Differenzierung ergibt sich in der Regel nicht von selbst. Häufig sind gezielte Adaptionen der Lernaufgabe erforderlich, um den Schülerinnen und Schülern die aktive Auseinandersetzung mit den Lerninhalten zu ermöglichen. Im Projekt ‚Mathe inklusiv mit PIKAS' werden hierzu sieben Leitideen formuliert, zu denen genauere Informationen unter der jeweils angegebenen URL erhältlich sind. Zwei dieser Leitideen werden im Folgenden anhand von Beispielen illustriert.

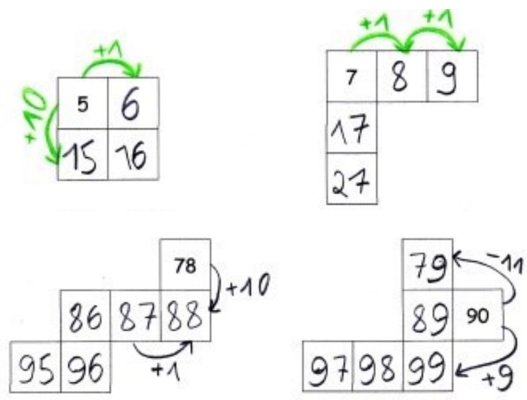


2.1 VERWANDTE AUFGABEN

Von „verwandten Aufgaben“ wird immer dann gesprochen, wenn Aufgaben oder Arbeitsblätter parallele oder ähnliche Inhalte oder ähnliche Strukturen aufweisen, während sie sich in ihrem Schwierigkeitsgrad und ihren Anforderungen unterscheiden. Sie bauen im Sinne des Spiralprinzips aufeinander auf und beinhalten daher unterschiedlich komplexe und anspruchsvolle Aufgaben. So sind beispielsweise die abgebildeten Lernaufgaben einerseits analog aufgebaut und zeigen andererseits Zahlenmauern unterschiedlichen Schwierigkeitsgrades (Zahlenraum bis 20 bzw. bis 100). Der Vorteil liegt darin, dass die Kinder Aufgaben nach ihren Lernmöglichkeiten auswählen können. So wird ein gemeinsamer fachlicher Austausch sowohl über Vorgehensweisen und Entdeckungen als auch über die Art und Weise ermöglicht, wie die Entdeckungen dargestellt oder begründet werden. Dass die Entdeckung „Der Deckstein wird stets um 2 größer“ unabhängig vom Zahlenraum und somit potentiell von allen Kindern gemacht werden kann, ist das entscheidende, verbindende Element der Aufgabenstellungen.



Das Potenzial von verwandten Aufgabenstellungen zeigt sich besonders häufig in einer gemeinsamen Reflexionsphase: Durch die verschiedenen Aufgabenstellungen, die bearbeitet, die Entdeckungen, die gemacht, oder die Begründungen, die gefunden wurden, können die Lernenden die Heterogenität in ihrer Klasse als (Mehr-) Wert erleben. Dies gelingt beispielsweise, wenn verwandte Aufgaben als Mittel genutzt werden, um ein übergeordnetes Handlungsprodukt zu erzeugen, zu dem jedes Kind etwas beitragen kann.
Im folgenden Aufgabenbeispiel „Wie findest du die fehlenden Zahlen?“, bekommen die Schülerinnen und Schüler die Aufgabe, Ausschnitte aus der Hundertertafel zu vervollständigen und nach einer Strategie zu suchen, die das Finden fehlender Zahlen vereinfachen kann. Dabei unterscheiden sich die dargebotenen Ausschnitte hinsichtlich ihrer Anforderungen: die Spanne reicht von kleineren Zahlen und eher additivem Bestimmen (nach rechts und nach unten) bis zu größeren Zahlen und subtraktivem Ermitteln (nach oben und nach links).



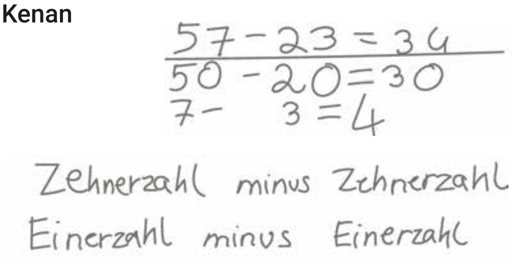
Auch bei dieser Aufgabe können sich die Lernenden gemeinsam über ihre Vorgehensweisen, ihre Strategien und ihre Entdeckungen austauschen.

Hierdurch werden Einsichten in die Dezimalstruktur des Zahlenraums bis 100 ermöglicht. Zusätzlich können die Ausschnitte als „Puzzlesteine“ zu einer gemeinsamen Hundertertafel zusammengefügt werden, zu deren Vervollständigung nach und nach alle Lernende beitragen können.
Zusammenfassend lässt sich sagen, dass „verwandte Aufgabenstellungen“ verschiedene Gemeinsamkeiten aufweisen. Da der Fokus in der Regel auf der Entwicklung prozessbezogener Kompetenzen liegt, sind die Aufgabenstellungen leicht veränderbar und auf verschiedene Zahlenräume übertragbar.

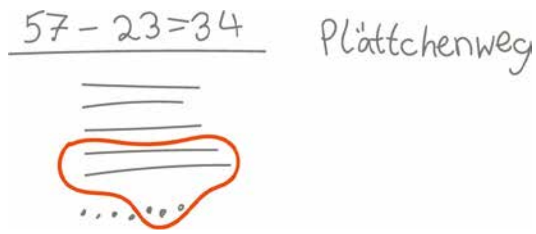
2.2 VORGEHENSWEISEN

Die Vielfalt mathematischen Denkens wird zu wenig berücksichtigt, wenn Aufgaben gestellt werden, die ausschließlich nach einem vorgegebenen Schema zu lösen sind. Sofern jedoch eine Aufgabe hinreichend offen und mathematisch ergiebig ist, können die Lernenden bei deren Lösung unterschiedliche Vorgehensweisen entwickeln und individuelle Zugänge zum zugrundeliegenden mathematischen Inhalt erschließen.
Die Anregung unterschiedlicher Vorgehensweisen bietet nicht nur aus pädagogischer Sicht Vorteile. Schließlich ist es vor allem das selbstständige Finden und Nutzen unterschiedlicher Lösungswege, welches Kindern Einsichten in mathematische Strukturen und flexibles Rechnen ermöglicht.
Die folgenden Kinderdokumente von Kenan und Christina, aus einer Unterrichtsreihe zum Thema „Unsere Rechenwege bei Minusaufgaben“, zeigen Beispiele für verschiedene halbschriftliche Vorgehensweisen, die die Kinder nutzten, um die gleiche Aufgabe zu lösen.
Neben der Wahl der Vorgehensweise konnten die Kinder auch unterschiedliche Darstellungsformen einsetzen. So entschied sich Christina beispielsweise für eine Darstellung am Rechenstrich. Die Beschreibungen der Rechenwege lassen aufgrund ihrer Ausformulierungen erahnen, dass der Rechenstrich meistens bei leistungsstärkeren Kindern Anwendung fand.
Auch leistungsschwächere Kinder fanden Vorgehensweisen, mit der sie die Aufgabe lösen konnten. Ben, ein Kind mit erhöhtem Unterstützungsbedarf im Bereich Lernen, nutzte die bildliche Darstellung von Zehnerstangen und Plättchen, um „stellenweise“ zu subtrahieren.
Die Kinder können außerdem aufgefordert werden, die Vor- und Nachteile bestimmter Vorgehensweisen zu beschreiben, um die jeweils geeignetste Herangehensweise zweckmäßig einsetzen zu können („flexibles Rechnen“).
Ebenso wichtig ist aber auch eine anschließende Diskussion über die verschiedenen Vorgehensweisen (siehe hierzu Kapitel 5 „Austausch anregen“). Wird dies vernachlässigt, besteht die Möglichkeit, dass sich einzelne Kinder zu sehr auf eine Strategie beschränken und den eigentlichen Vorteil, nämlich die Anwendung unterschiedlicher Vorgehensweisen, aus den Augen verlieren.
Andererseits kann es nicht das Ziel des Unterrichts sein, dass alle Lernenden alle denkbaren Vorgehensweisen beherrschen, weil dieses nicht wenige Lernende überfordern würde. Aber die Erfahrung, dass es in der Mathematik häufig ganz unterschiedliche Wege gibt, sollte man möglichst allen Lernenden ermöglichen.

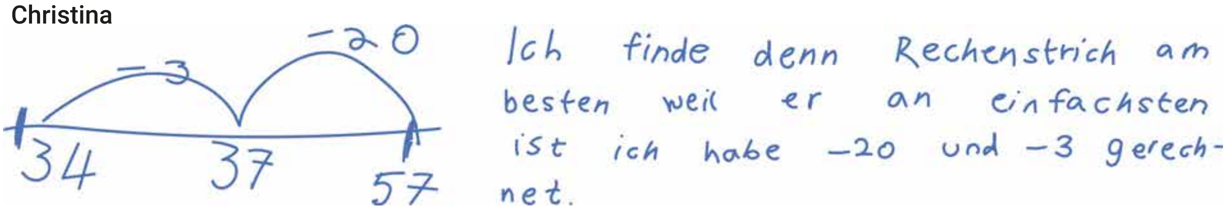
Kenan



Ben



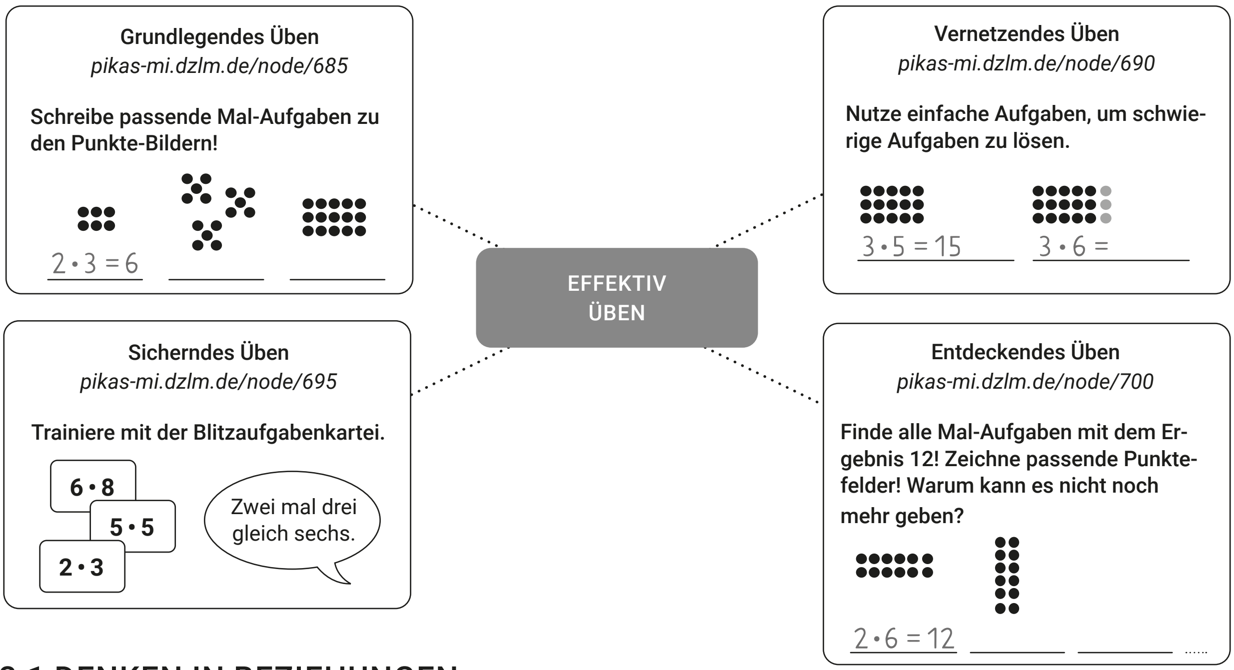
Christina



3 Effektiv Üben

- *pikas-mi.dzlm.de/node/53*

Üben gilt als integraler Bestandteil des gesamten Mathematikunterrichts und ist in allen Phasen des Lernprozesses von zentraler Bedeutung, wobei je nach Phase unterschiedliche Lernaktivitäten im Vordergrund stehen können (vgl. Wittmann 1992). Bisweilen wird aber – gerade bei Kindern mit Schwierigkeiten im Mathematiklernen – der Fokus ausschließlich oder vorrangig auf die „Kenntnis und Anwendung von ausgewählten Rechenverfahren und das mechanische Aufsagen von mathematischen Fakten" (Häsel-Weide et al. 2013, S. 31) gelegt. Dies passiert in der vermeintlich guten Absicht, diese Kinder nicht zu überfordern. Weitere wesentliche Aspekte, wie der Aufbau von Grundvorstellungen, die Nutzung von Beziehungen zwischen Aufgaben oder die Ablösung vom zählenden Rechnen, erhalten dann nicht die erforderliche Aufmerksamkeit. Sie sind aber gerade für die Überwindung von Rechenschwierigkeiten notwendig und müssen deshalb auch thematisiert und geübt werden (ebd.).
Um den langfristigen, verstehensorientierten Aufbau mathematischer Kompetenzen zu unterstützen, werden im Projekt *Mathe inklusiv mit PIKAS* vier Übungsphasen formuliert. Im Folgenden werden exemplarisch Aspekte des vernetzenden Übens am Beispiel der Erarbeitung von Ableitungsstrategien insbesondere bei der Multiplikation dargestellt. Für die weiteren Übungsphasen sei auf die jeweils in der Abbildung angegebenen URLs verwiesen.

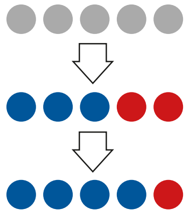


3.1 DENKEN IN BEZIEHUNGEN

Der Mathematikunterricht sollte von Beginn an und mit allen Kindern das ‚Denken in Beziehungen' in den Mittelpunkt stellen (vgl. Schulz & Schülke, 2017). Dieses bildet die Basis für geschicktes und flexibles Rechnen. Hierbei lassen sich grundsätzlich drei Arten von Beziehungen unterscheiden, die hier exemplarisch verdeutlicht werden.

Beziehungen zwischen Zahlen

Zahlen sind eingebunden in ein vielschichtiges Netz von Beziehungen, wobei sowohl die kardinalen (z.B. Teil-Ganzes-Konzept) als auch die ordinalen Aspekte (z.B. Nachbarzahlen) in den Blick genommen werden sollten (*pikas-mi.dzlm.de/node/123*). Dass die Lernenden „eine Zahl in ihrer Beziehung zu anderen Zahlen ‚sehen' und verstehen" (ebd.) können, ist die Basis für die Einsicht in weitere Beziehungen. Die ‚5' kann, wie in der Abbildung gezeigt, beispielsweise sowohl aus ‚3 und 2' als auch aus ‚4 und 1' zusammengesetzt werden. Diese Erkenntnis kann die Grundlage für die Anwendung des Konstanzgesetzes bilden: Das Ergebnis bleibt dasselbe, wenn ein Summand erhöht und der andere entsprechend vermindert wird.

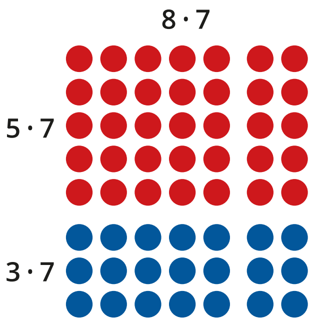


TEIL-GANZES-KONZEPT | KONSTANZGESETZ

Beziehungen zwischen Aufgaben

Wenn die Lernenden strukturelle Beziehungen zwischen Aufgaben erkennen, können sie durch die Ableitung von verwandten Aufgaben einfachere Aufgaben nutzen, um schwierige Aufgaben zu lösen. Grundlage bilden die Rechengesetze der elementaren Arithmetik (vgl. Selter & Zannetin 2019):

- **Kommutativgesetz:** 2 + 6 = 6 + 2
- **Assoziativgesetz:** 6 + 7 = 6 + (4 + 3) = (6 + 4) + 3
- **Distributivgesetz:** 8 · 7 = 5 · 7 + 3 · 7
- **Konstanzgesetz (s. o.):** 3 + 2 = 4 + 1

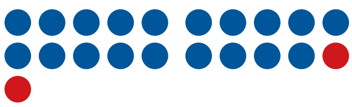


DISTRIBUTIVGESETZ

Beziehungen zwischen Rechenoperationen

Auch die Beziehungen zwischen den vier Grundrechenarten untereinander lassen sich nutzen, insbesondere (Götze, Selter & Zannetin 2019) ...

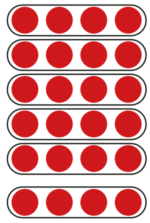
- die Subtraktion als Umkehroperation der Addition (21 – 19 = 2 und 19 + 2 = 21),
- die Division als Umkehroperation der Multiplikation (24 : 6 = 4 und 4 · 6 = 24).



21 - 19 = 2 | 19 + 2 = 21

SUBTRAKTION ALS UMKEHROPERATION DER ADDITION

Diese Beziehungen müssen im Unterricht gesehen und beschrieben werden, damit sie für Ableitungen genutzt werden können. Kinder mit Rechenschwierigkeiten benötigen dafür in der Regel mehr Zeit und gezieltere Anleitung (vgl. Häsel-Weide et al. 2013). Im Projekt *Mathe inklusiv mit PIKAS* werden daher für den Unterricht in heterogenen Lerngruppen vier Prinzipien des vernetzenden Übens formuliert.



24 : 6 = 4 | 6 · 4 = 24

DIVISION ALS UMKEHROPERATION DER MULTIPLIKATION

Ganzheitliche Vorgehensweise

Beziehungen zwischen Aufgaben können besser entdeckt werden, wenn die gleiche Entdeckung bei möglichst vielen Aufgaben gemacht werden kann (vgl. Gaidoschik 2015a). Beispielsweise kann das Ergebnis der Aufgabe 9 · 4 von der Hilfsaufgabe 10 · 4 abgeleitet werden. Dass diese Beziehung kein Sonderfall ist, sondern zu einer Strategie werden kann, die auch bei anderen Aufgaben funktioniert, können Kinder aber erst wirklich begreifen, wenn die Reihen nicht einzeln nacheinander eingeführt werden. Sie müssen vielmehr die Möglichkeit bekommen, entdeckte Beziehungen im ganzen Einmaleins, quer über alle Reihen hinweg, auszuprobieren. Diese können dann zu hilfreichen Strategien weiterentwickelt werden.

Operative Aufgabenpaare und Aufgabenserien verwenden

Nachbaraufgaben spielen als Hilfsaufgaben insgesamt eine wichtige Rolle, weil „in vielen Fällen durch das Nutzen von Nachbaraufgaben eine schwierige Aufgabe auf eine einfache zurückgeführt werden“ kann (Häsel-Weide et al. 2013, S. 140). Damit die Beziehungen zwischen Nachbaraufgaben verstanden und genutzt werden können, müssen sie zunächst explizit verdeutlicht werden, z.B. indem die Lernenden sie versprachlichen, mit Anschauungsmaterial darstellen und dabei möglichst mehrere Darstellungsformen nutzen. „Schöne Päckchen“ bzw. „Entdecker-Päckchen“ sind Beispiele für solche operativen Aufgabenserien.

Kernaufgaben als Ausgangspunkt für Ableitungen nutzen

Kernaufgaben sind Aufgaben, die von den meisten

Lernenden leichter gelöst werden können und die deshalb als Ausgangspunkt für schwierigere Aufgaben genutzt werden können. Beim Einspluseins sind das z.B. Verdopplungs- und Halbierungsaufgaben oder Zerlegungen der 10 (ebd.). Beim Einmaleins gehören die 1 mal-, 2 mal-, 10 mal- und 5 mal-Aufgaben zu den Kernaufgaben, die für Ableitungen genutzt werden (vgl. Gaidoschik 2015a). Entscheidend ist, dass die Kinder lernen, Kernaufgaben als Ausgangspunkt für Ableitungen auch als solche zu erkennen.

Grundvorstellungen aktivieren und festigen

Vernetzendes Üben ist gerade auch für Kinder mit Lernschwierigkeiten effektiv, weil dabei Grundvorstellungen immer wieder aktiviert und gefestigt werden.

> **„Ein Kind, das bei 9 · 4 an 10 · 4 denkt und sich 6 · 8 aus 5 · 8 erschließt, aktiviert Grundvorstellungen zum Multiplizieren. Es gibt den Aufgaben einen Sinn und nutzt diesen Sinn, um die Aufgaben auszurechnen“ (ebd.).**

Der Gefahr, dass Kinder sich beim verfrühten ‚gedankenlosen' Automatisieren Aufgaben und Ergebnisse nicht mehr vorstellen, sondern wie Vokabelpaare auswendig lernen, kann damit entgegengewirkt werden.

3.2 ERARBEITEN UND NUTZEN VON ABLEITUNGSSTRATEGIEN

Das zentrale Ziel beim vernetzenden Üben besteht darin, dass die Lernenden Beziehungen nutzen, um Ergebnisse von Aufgaben aus anderen abzuleiten. Bei der Erarbeitung des kleinen Einmaleins beispielsweise geht es darum, zu verstehen, dass Aufgaben nicht Reihe für Reihe auswendig gelernt werden müssen, sondern mit Hilfe von Ableitungsstrategien gelöst werden können (vgl. ebd.). Dafür müssen Beziehungen zwischen Aufgaben für alle Lernenden explizit gemacht werden, indem sie mit Material verdeutlicht werden und sowohl von den Lehrkräften als auch von den Lernenden versprachlicht werden. Dies ist gerade auch für Kinder mit Schwierigkeiten relevant.

Bei der Versprachlichung sollten Sprachmittel genutzt werden, die explizit Bedeutung transportieren und dabei die kognitive Funktion von Sprache unterstützen (vgl. Prediger 2019), also tatsächlich „Denkwerkzeuge für neue Denkhandlungen“ (ebd. 251) sind. Bei der Multiplikation sind dies diejenigen Sprachmittel, die die unterschiedliche Bedeutung des Multiplikanden („Wie viele in einer Gruppe/Reihe?“) und dem Multiplikator („Wie viele Reihen/Gruppen?“) verdeutlichen, wie beispielsweise „drei Sechser“ oder „drei Sechserreihen“.

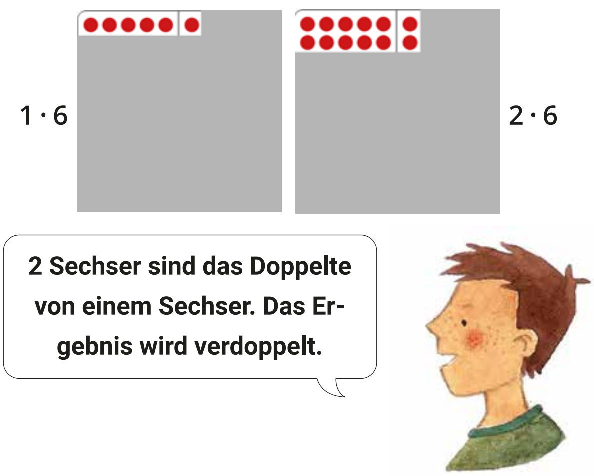
Um die Lernenden darin zu unterstützen, Zusammenhänge zwischen Aufgaben feststellen und nutzen zu können, haben sich unter Berücksichtigung der vier oben genannten Prinzipien die folgenden drei Schritte als geeignet erwiesen (vgl. Häsel-Weide et al. 2013). Sie werden exemplarisch anhand der Erarbeitung des kleinen Einmaleins erläutert, können grundsätzlich aber auch auf andere Operationen übertragen werden.

Kernaufgaben erkennen, lösen und beschreiben

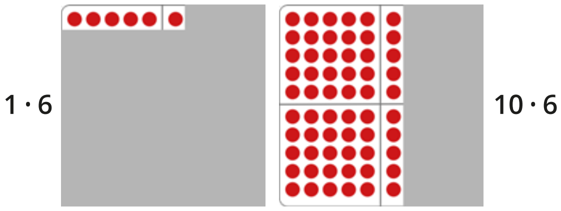
Kinder müssen die oben benannten Kernaufgaben zunächst als einfache Aufgaben erkennen, lösen und beschreiben. Diese Aufgaben sind diejenigen, die sich die Kinder anhand der Zahleigenschaften oder der Zahlbeziehungen leicht merken können (vgl. Wittmann et al. 2017a). Zentral ist dabei, dass die Lernenden selbst die Kriterien der Einfachheit erkennen und versprachlichen und dass die Zusammenhänge mit Material bildlich dargestellt werden (vgl. Häsel-Weide et al. 2013).

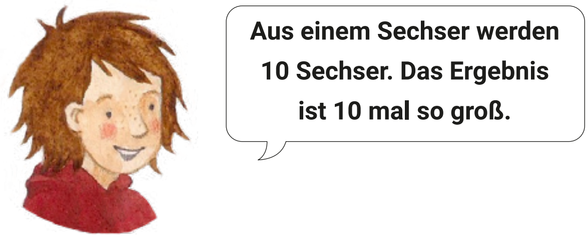
Auch wenn diese Aufgaben für die Lernenden individuell unterschiedlich schwierig sein können, gibt es für die Multiplikation Aufgaben, die als einfach eingestuft und für die Ableitung von schwierigen Aufgaben genutzt werden können (vgl. Wittmann & Müller 2017, S. 94).

Bei Aufgaben ‚mit 2' wird der Zusammenhang zu den Verdopplungsaufgaben in der Addition hergestellt, die bei den meisten Kindern automatisiert sein sollten.

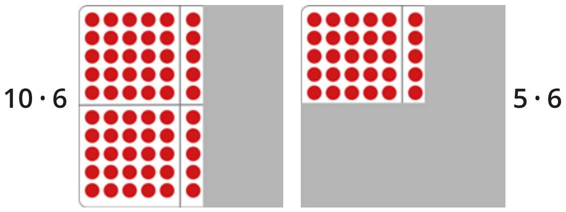


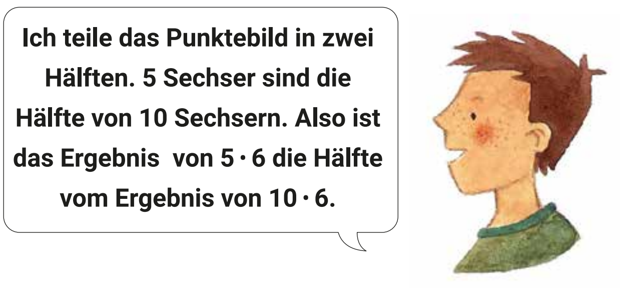
Die Aufgaben ‚mit 10' wissen viele Kinder ‚einfach so'. Zusätzlich sollte am Hunderterfeld die Verzehnfachung verdeutlicht werden.





Daran anschließend kann der Zusammenhang von diesen Aufgaben zu Aufgaben ‚mit 5' thematisiert werden (vgl. Gaidoschik 2015a).

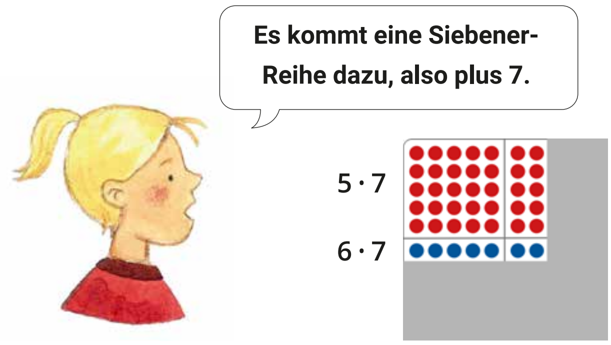




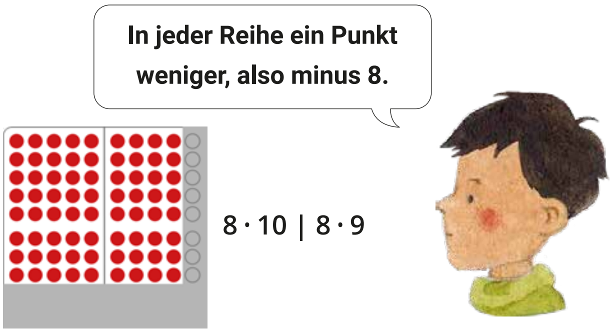
Gerade für Kinder mit Schwierigkeiten sollten diese Zusammenhänge und Beziehungen immer wieder in den Blick genommen werden, „damit deutlich wird, dass es sich um ein Aufgabenkriterium handelt und nicht darum, ob die Aufgabe individuell von einem Kind als einfach beziehungsweise leicht empfunden wird" (Häsel-Weide et al. 2013, S. 138). Dabei sollten die Kinder die einfachen Aufgaben kontinuierlich üben und immer wieder die Kriterien der Einfachheit beschreiben und den Aufgaben zuordnen, beispielsweise indem sie eine Auswahl von Aufgaben nach „einfach" und „schwierig" sortieren. Für leistungsstärkere Kinder besteht das Ziel zusätzlich darin, das Kriterium auf neue Aufgaben zu übertragen (ebd.).
Wenn Kinder einfache Aufgaben dennoch nicht ‚einfach so' können, bietet es sich an, diese gezielt zu automatisieren – z.B. mit einer Blitzaufgabenkartei – da sie zentral für die weiteren Ableitungsstrategien sind. Hilfreich kann es außerdem sein, die Strategien einzeln, mit mehr Zeit und gebündelt zu thematisieren. Sehen Kinder beispielsweise die Aufgaben ‚mit 5' als schwierig an, sollten die Zusammenhänge zwischen Aufgaben ‚mit 5' und ‚mit 10' noch einmal an einem Thementag genau in den Blick genommen werden. Dabei ist wichtig, dass die Kinder mit Material arbeiten und eigene Wege zur Lösung der Aufgaben finden, diese an verschiedenen Beispielen erproben und schließlich absichern können (vgl. Gaidoschik 2015a).

Verwandte Aufgaben erkennen und Zusammenhänge beschreiben

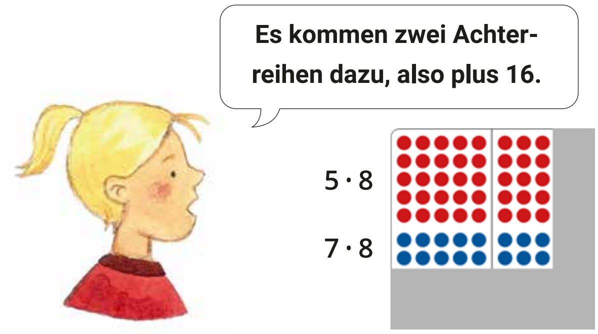
Ein zentrales Ziel des Erkennens von verwandten Aufgaben ist es, schwierige Aufgaben mithilfe von einfachen Aufgaben lösen zu können. Solche Aufgaben werden auch Hilfsaufgaben genannt. Dabei sollen die Lernenden zunächst die Auswirkung der Veränderung eines Faktors auf das Ergebnis erkennen.
Diese Veränderung wirkt sich anders aus, als die Kinder es von der Addition oder Subtraktion gewohnt sind: Bei einer Änderung eines Faktors um 1 verändert sich das Ergebnis in der Regel nicht um 1, sondern um die Größe des anderen Faktors (vgl. Wittmann et al. 2017b). Ändert sich der 1. Faktor um 1, wie beispielsweise von 5 · 7 zu 6 · 7, kommt am Punktebild eine (horizontale) Reihe von 7 Punkten dazu.



Soll beispielsweise die Aufgabe 8 · 9 gelöst werden, könnte die Tauschaufgabe 9 · 8 als Ausgangspunkt und 10 · 8 als Hilfsaufgabe genommen werden. Vom Ergebnis der Hilfsaufgabe 10 · 8 wird dann eine Achterreihe weggenommen. Bleibt 8 · 9 allerdings der Ausgangspunkt und wird 8 · 10 als Hilfsaufgabe genutzt, sieht die Ableitung durch die unterschiedliche Bedeutung der Faktoren am Punktebild anders aus: Es sind 8 (horizontale) Zehnerreihen, von denen jeweils ein Punkt weggenommen wird, also insgesamt 8 Punkte oder eine vertikale Achterreihe.



Bei einigen Hilfsaufgaben ändert sich der Faktor nicht um 1, sondern um 2. Auch diese Zusammenhänge müssen verdeutlicht werden, wie beispielsweise der Zusammenhang zwischen 5 · 8 und 7 · 8.



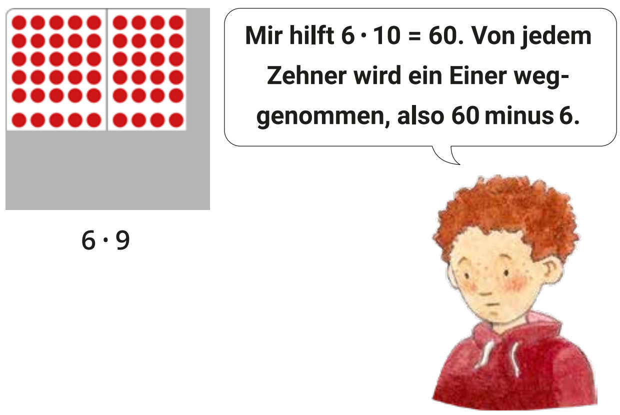
Damit Kinder über diese Zusammenhänge zwischen den Aufgaben nachdenken können, müssen sie diese zunächst erkennen. Dabei kann das Beschreiben der Veränderungen helfen. Um eine Hilfsaufgabe nutzen zu können, muss nicht mehr nur die Darstellung der Operation in den Blick genommen werden, sondern vor allem die Veränderung der Operation. Der Schwerpunkt verlagert sich zunehmend von der Darstellung auf die Vorstellung. Die Frage „Was genau wird verändert und warum?" thematisiert diese Zusammenhänge zwischen verwandten Aufgaben (vgl. Häsel-Weide et al. 2013). Gerade für Kinder mit Rechenschwierigkeiten ist es wichtig, dass diese Zusammenhänge verdeutlicht werden, damit sie Ableitungsstrategien flexibel nutzen können.

Verwandtschaft beim Lösen von schwierigen Aufgaben nutzen

Nachdem verschiedene Beziehungen thematisiert und einfache Aufgaben in den Zusammenhang zu schwierigen Aufgaben gesetzt wurden, geht es nun um die Frage, wie Kinder Ergebnisse von schwierigen Aufgaben von den Ergebnissen verwandter Aufgaben ableiten können (ebd.). Das Ziel beim vernetzenden Üben ist es, dass möglichst alle Kinder selbständig einfache Aufgaben nutzen, um schwierige zu lösen. Oft gelingt es Kindern mit Rechenschwierigkeiten zwar, die Verwandtschaft von Aufgaben zu erkennen, die selbstständige Anwendung bereitet ihnen jedoch Schwierigkeiten. Deshalb ist es wichtig, dass verschiedene Strategien im Unterricht thematisiert werden (vgl. Gaidoschik 2015a).

Einige Strategien sind hierbei zum Beispiel:
- Aufgaben ‚mit 2' helfen bei Aufgaben ‚mit 3'
- Aufgaben ‚mit 5' helfen bei Aufgaben ‚mit 4' und ‚mit 6'
- Aufgaben ‚mit 10' helfen bei Aufgaben ‚mit 9'

Auch zu den Aufgaben ‚mit 7' und ‚mit 8' lassen sich Ableitungsstrategien finden, z.B. können Aufgaben ‚mit 5' helfen, zu denen dann ‚...mal 2' oder ‚...mal 3' dazugerechnet wird oder es werden verwandte Quadrataufgaben zum Lösen genutzt. Wichtig ist, dass die Kinder die Möglichkeit bekommen, selbst für sie passende Strategien zu entwickeln und diese darzustellen sowie zu versprachlichen.



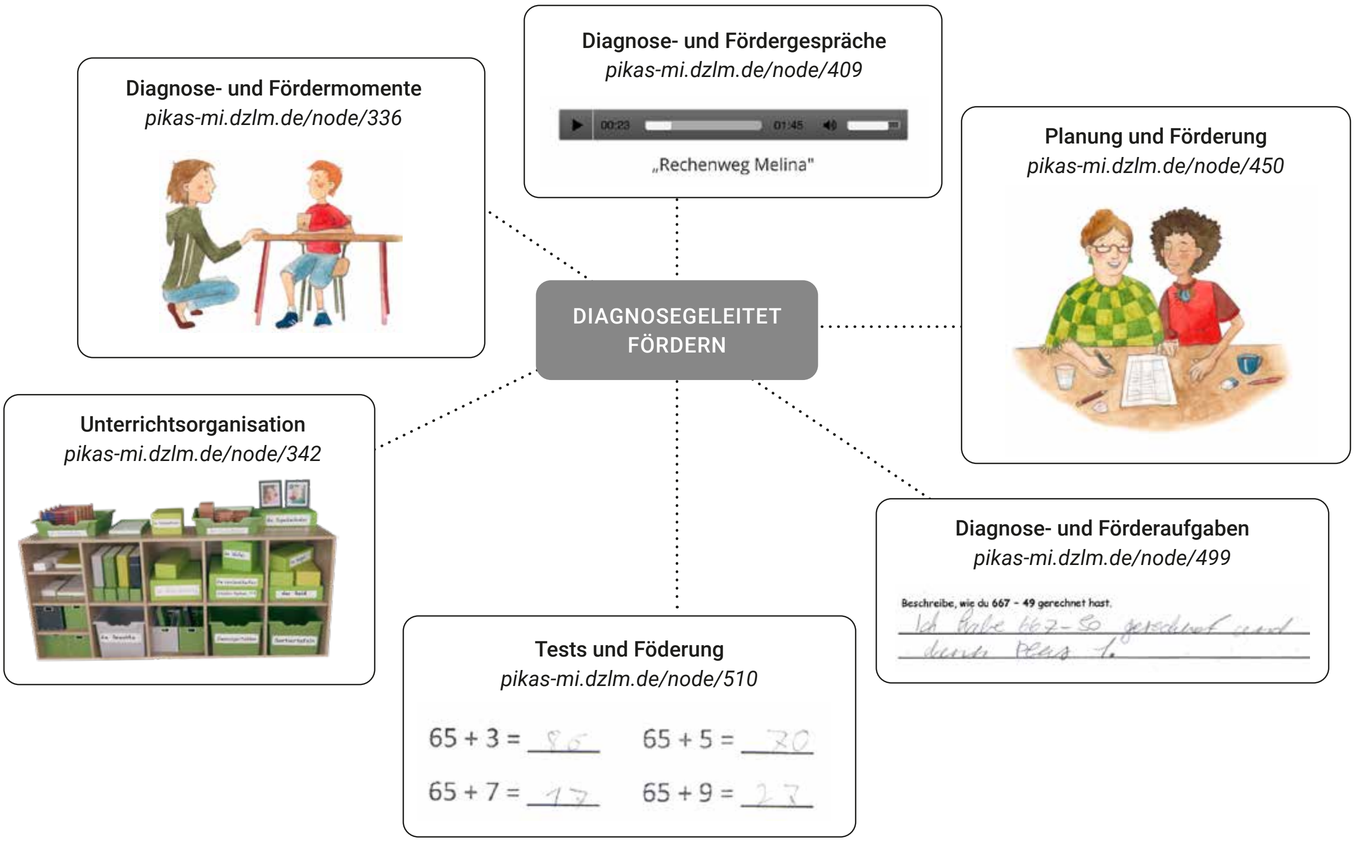
Darüber hinaus hilft es häufig auch, den Fokus der Kinder auf die Tauschaufgaben zu legen. Einige Kinder sehen die Aufgaben isoliert und betrachten deren Tauschaufgaben nicht. Deshalb sollten auch immer die Tauschaufgaben mit thematisiert werden, z.B.: „Prüf erstmal die Tauschaufgabe, vielleicht kannst du die ja schon." oder „Nutze die Tauschaufgabe. Vielleicht kannst du dann eine Hilfsaufgabe finden". Diese Strategien bilden dann die Basis für das entdeckende und sichernde Üben.

4 Diagnosegeleitet fördern

- *pikas-mi.dzlm.de/node/54*

Lehr- und Lernprozesse können besonders effektiv und nachhaltig gestaltet werden, wenn sie an die individuellen Lernstände der Lernenden anknüpfen und damit – ausgehend von einer fachdidaktischen Analyse der Lerngegenstände – sowohl an den individuellen Lernpotenzialen als auch den Schwierigkeiten der Lernenden ansetzen (vgl. Prediger & Selter 2008). Welche Themen und Handlungsfelder sich für eine diagnosegeleitete Förderung im Unterrichtsalltag ergeben können, zeigt die folgende Übersicht.

Im Weiteren werden exemplarisch die Aspekte „Diagnose- und Fördermomente“ und „Diagnose- und Förderaufgaben“ dargestellt. Für die weiteren Leitlinien sei auf die jeweils in der Abbildung angegebenen URLs verwiesen.



4.1 DIAGNOSE- UND FÖRDERMOMENTE

Mit Diagnose- und Fördermomenten sind kurze Alltagsepisoden gemeint: „Diagnose im Alltag dient dazu, Schülerleistungen zu verstehen und einzuschätzen mit dem Ziel, angemessene pädagogische und didaktische Entscheidungen zu treffen“ (Hußmann, Leuders & Prediger 2007, S. 1). Im Folgenden wird erläutert, welche grundlegenden Einstellungen und Kompetenzen helfen, geeignete Momente im Unterrichtsalltag für Diagnose und Förderung zu erkennen und produktiv zu nutzen.

Die pädagogische Haltung der Lehrperson:

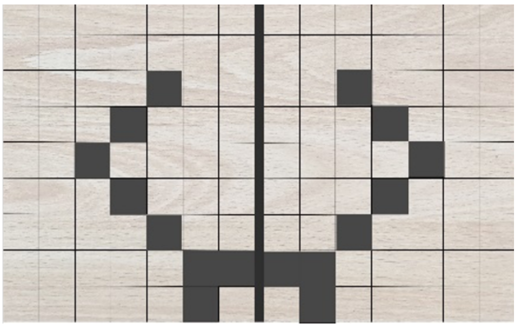
Die Wahrnehmung von Lernsituationen sollte im fördernden Mathematikunterricht immer stärkenorientiert erfolgen:

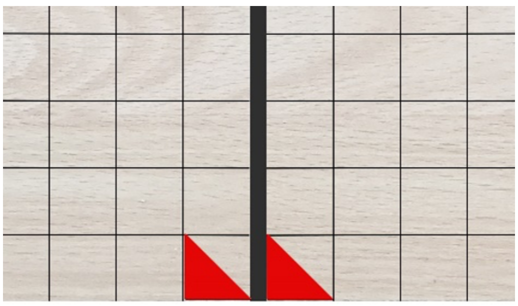
> **„Lehrerinnen und Lehrer richten ihre Beobachtungen sensibel darauf, was das einzelne Kind kann und welche Aufgabenstellungen und Lösungswege es wählt, … Fehler und Schwierigkeiten können erfolgreich überwunden werden, wenn ihre Ursachen aus solch kompetenzorientierter Perspektive erkannt werden“ (Sundermann & Selter 2006, S. 14).**

Die auf diese Weise gewonnenen Informationen bieten – anders als die aus einer vorrangig defizitorientierten Sichtweise erhaltenen – nicht nur einen wichtigen Ausgangspunkt für die weitere Förderung des Kindes. Sie schaffen zudem durch die damit einhergehende wertschätzende Kommunikation die Voraussetzung für eine vertrauensvolle Fördersituation.

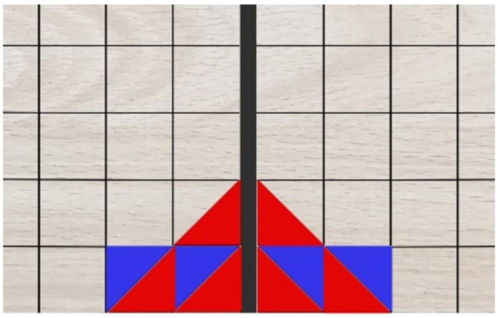
Die Beobachtungskompetenz der Lehrperson:

Die Beobachtung durch die Lehrperson vollzieht sich im alltäglichen Unterrichtsgeschehen zunächst als teilnehmende Beobachtung im laufenden Lernprozess. In Unterrichtsphasen des selbstständigen Lernens wird es möglich, den Fokus auf einzelne Lernende zu richten. Hierbei können schon freie Beobachtungen zu wichtigen Erkenntnissen führen. Um mehr fachliche Informationen zu erlangen, sollte die Beobachtung jedoch zunehmend zielgerichtet erfolgen.
Im folgenden Beispiel legen die Lernenden im Geometrieunterricht auf einer Kästchenstruktur achsensymmetrische Muster mit einem Partner. Während Peter und Marko das spiegelbildliche Legen mit Quadraten bewältigen und somit Längen- und Abstandstreue sicher umsetzen (obere Abb.), zeigen sich Unsicherheiten beim Legen von Dreiecken (untere Abb.).





Diese Beobachtung ermöglicht der Lehrkraft nun einen Fördermoment, indem sie das Anlegen des Spiegels an der Spiegelachse vorschlägt. Dadurch kann bei Peter und Marko die bewusste Wahrnehmung der geänderten Orientierung angeregt werden.



In den folgenden Unterrichtseinheiten kann bei ähnlichen Aufgabenstellungen nun gezielt beobachtet werden, inwieweit alle Eigenschaften der Achsensymmetrie sicher erkannt und genutzt werden oder ob erneute Impulse durch die Lehrkraft notwendig sind. Solche Beobachtungen sollten möglichst kontinuierlich stattfinden.

Die fördernde Reaktion der Lehrperson:

Ausgangspunkt für eine kompetenzorientierte Förderung sollten immer die Teilleistungen des Kindes sein, welche potentiell förderlich für eine Lösung sind („Was kann sie/er schon?“). Solche Teilleistungen werden explizit benannt und dem Kind bewusst gemacht. Dies können Elemente des Lösungsweges sein, aber auch andere positive Aspekte wie die individuelle Arbeitshaltung, ein individueller Fortschritt, eine gelungene Kooperation, etc.
Hilfreich ist oft auch schon, die Kinder zum Verbalisieren ihres Vorgehens aufzufordern („Erklär mal, wie du vorgegangen bist / ... was du dir dabei gedacht hast!“). Die Lehrkraft zeigt dabei aufrichtiges Interesse an den Erklärungen des Kindes. Das Verbalisieren und erneute „Durchdenken“ der Aufgabe kann den Reflexionsprozess der Lernenden bereits soweit unterstützen, dass keine weitere Intervention notwendig ist.
Dennoch kann es hin und wieder notwendig sein, spontan einzugreifen und dem Kind eine fördernde Hilfe anzubieten. Hier sollte so viel Unterstützung wie nötig und so wenig Hilfe wie möglich angeboten werden. Reichen Motivations- oder allgemeine strategische Hilfen („Du schaffst das bestimmt!“, „Lies die Aufgabe noch einmal!“) nicht aus, können sich inhaltliche Hilfen („Benutzt einen Spiegel zur Überprüfung!“) oder weitergehende Unterstützungsmaßnahmen (Verwendung von Legematerial, Zeichnungen, anderen Darstellungsmitteln oder eines Wort- und Wissensspeichers) als hilfreich erweisen.

4.2 DIAGNOSE- UND FÖRDERAUFGABEN

	Diagnoseaufgabe	**Förderaufgabe**
Ziel	Denkwege und Vorgehensweisen verstehen	Lernfortschritte ermöglichen
Aufgabenstellung	soll bearbeitet werden	soll erfolgreich gelöst werden
Erklärungen	weitestgehend vermeiden, nur Aufgabenverständnis sichern	im Bedarfsfall notwendig, bedürfen aber der aktiven Einordnung in das bestehende Wissensnetz der Kinder
Fragen und Impulse	dienen der Auslotung des Verständnisses	dienen der aktiven Entwicklung des Verständnisses
Hilfen	als Unterstützung zum Darstellen der eigenen Denkwege	als Unterstützung zum Selbstfinden von Erkenntnissen
Fehler	können stehen bleiben	sollen analysiert und überwunden werden
Rückmeldung	lernstands- und sachorientiert	lernprozess- und sachorientiert

Ein wichtiger Bestandteil eines diagnosegeleiteten und förderorientierten Unterrichts ist der Einsatz geeigneter Diagnose- und Förderaufgaben. Diese unterscheiden sich durch ihre unterschiedliche Zielsetzung in mehreren Aspekten voneinander (vgl. Selter 2017).

Diagnoseaufgaben:

Das Ziel von Diagnoseaufgaben ist es, den Denkweg oder das Vorgehen eines Kindes zu verstehen, um daraus Informationen über seine mathematischen Kompetenzen zu gewinnen. Damit eine Diagnose gelingt, sollte im Vorfeld festgelegt werden, was genau mithilfe der Aufgabe in Erfahrung gebracht werden soll. Dies kann beispielsweise eine Grundvorstellung der Subtraktion sein oder die Fähigkeit, die halbschriftliche Addition mit Hilfe des Rechenstrichs darzustellen. Die folgenden Kriterien können dabei helfen, eine Aufgabe auf ihr diagnostisches Potential hin zu beurteilen (Sundermann & Selter 2006; Büchter & Leuders 2005):

- **Kriterium der Informativität:** Worüber gibt die Aufgabe Aufschluss? Geht es vorrangig darum, ein Ergebnis zu notieren, oder ist auch die Vorgehensweise relevant? Ist die Aufgabe so formuliert, dass man das feststellen kann, was festgestellt werden soll?

- **Kriterium der Offenheit:** Sind verschiedene Ergebnisse auf unterschiedlichem Niveau möglich? Gibt es verschiedene Zugänge zur Aufgabe? Bietet die Aufgabe Möglichkeiten oder Aufforderungen zu Eigenproduktionen?

- **Kriterium des Prozessbezugs:** Werden prozessbezogene Kompetenzen wie das Darstellen und Entdecken angesprochen? Werden Reflexionen über die gewählten Vorgehensweisen angeregt?

Zur Veranschaulichung folgt die beispielhafte Anwendung der Kriterien:

Tim packt 6 Bonbontüten. In jede Tüte steckt er 5 Bonbons. Wie viele Bonbons verpackt er insgesamt? Rechne aus.

Die Aufgabe ermöglicht zwar eine Aussage darüber, ob es den Kindern gelingt, aus den dargebotenen Informationen abzuleiten, welche Rechenoperation zur Lösung verwendet werden sollte. Die Informativität der Aufgabe ist jedoch nicht besonders hoch, weil die Lernenden nur einen Term mit Ergebnis notieren können und dabei keine unterschiedlichen Zugänge möglich sind.
Konkretere Aussagen über die Vorgehensweisen und die Vorstellungen der Kinder erhält man, wenn das Diagnosepotenzial der Aufgabe beispielsweise wie folgt erhöht wird.

Erfinde eine eigene Rechengeschichte die zu der Malaufgabe 6 · 5 passt. Schreibe oder male auf.

Durch die Aufforderung zu Eigenproduktionen (‚Erfinde') und durch die Öffnung der Aufgabe, sind nun verschiedene Zugänge und Lösungswege möglich. Hierdurch wird die Aufgabe informativer und bietet mehr diagnostisches Potenzial als vorher.

Förderaufgaben:

Das Ziel von Förderaufgaben besteht darin, dem Kind ausgehend von seinen Kompetenzen Lernfortschritte zu ermöglichen. Die folgenden Kriterien können helfen, eine Aufgabe in Bezug auf ihr Förderpotenzial zu beurteilen.

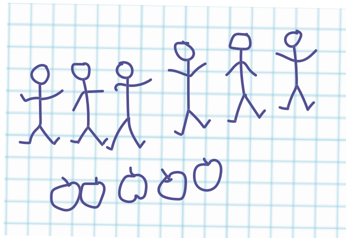
- **Diagnosegeleitet:** Werden die vorher diagnostisch erhobenen Kenntnisse als Grundlage bei der Auswahl der Förderaufgaben genutzt?
- **Verstehensorientiert:** Dient die Förderaufgabe dem Aufbau von Verständnis?
- **Kommunikationsfördernd:** Ist Kommunikation über unterschiedliche Vorgehensweisen, Vorstellungen oder Denkwege möglich, um Verständnis aufzubauen?

Je nach Funktion und Einsatzgebiet der Förderaufgabe ist auch hier oftmals eine Anpassung notwendig, wobei die folgenden „Werkzeuge“ hilfreich sein können:

- **Einsatz von Anschauungsmaterial berücksichtigen**, z.B. in der Aufgabenstellung die Handlung am Material integrieren,
- **Darstellungswechsel initiieren**, z. B. verschiedene Darstellungen hinzuziehen und den Wechsel zwischen ihnen anregen,
- **zum Verbalisieren anregen**, z.B. Beschreibungen, Erklärungen oder Erläuterungen einfordern,
- **mathematische Einsichten anbahnen**, z.B. Aufgaben stellen, die operative Veränderungen thematisieren oder die zum Reflektieren anregen,
- **Diagnoseaufgabe variieren** (reduzieren oder erweitern), z.B. Zwischenschritte oder Teilaufgaben einbauen,
- **Kommunikation untereinander ermöglichen**, z.B. den Partneraustausch über verschiedene Vorgehensweisen, Darstellungen etc. anregen (siehe auch Kap. 5 „Austausch anregen"),
- **Schülerlösungen einbeziehen**, z.B. verschiedene Vorgehensweisen präsentieren, die die Lernenden nachvollziehen und erläutern sollen oder
- **Irritationen erzeugen**, z.B. bei gleichbleibender Aufgabenstellung einige Parameter so variieren, dass ein irritierendes Ergebnis erzeugt wird. Hierdurch kann das Nachdenken über die Aufgabe angeregt werden.

Die oben genannte Diagnoseaufgabe könnte zu folgender Förderaufgabe adaptiert werden (vgl. auch „Mathe sicher können“, *mathe-sicher-koennen.dzlm.de/node/510*, Adaption des Materials N4A):

Zu der Aufgabe 6 • 5 haben Kinder Rechengeschichten erfunden.



Dilara

Jana kauft 6 Äpfel und 5 Bananen.

Jonas

Anna hat 5 Teller. Sie legt auf jeden Teller 6 Schokoriegel.

Lio

Ich habe 6 Bonbons und esse 5.

Rico

Passen die Rechengeschichten zu der Aufgabe? Begründet eure Entscheidung.

Indem die Kinder die Passung zwischen den Rechengeschichten und dem Term beurteilen, werden sie zum Verbalisieren und Begründen angeregt, und es findet eine Kommunikation untereinander statt. Zusätzlich wird ein Darstellungswechsel initiiert, da die Kinder die sprachliche, symbolische und bildliche Darstellung aufeinander beziehen müssen.

Bei der Auswahl der Werkzeuge sind neben der Funktion, welche die Aufgabe letztendlich erfüllen soll, auch die individuellen Voraussetzungen bei den Lernenden zu beachten. Für manche Kinder ist die Reduktion der Diagnoseaufgabe und das Hinzuziehen von Material ausreichend. Bei anderen Kindern, die beispielsweise schon zwischen Darstellungen wechseln können, kann der Vergleich unterschiedlicher Lösungen hilfreich sein, um vorhandenes Wissen zu erweitern und neu zu strukturieren.

5 Austausch anregen

- *pikas-mi.dzlm.de/node/55*

Mathematische Kompetenzen entwickeln sich vor allem dann, wenn die Lernenden aktiv tätig werden und sie sich über ihre Lernprozesse und Lernergebnisse mit den am Unterrichtsgeschehen Beteiligten austauschen können (Brandt & Nührenbörger 2009). Im inklusiven Mathematikunterricht kann es durch zu viele individualisierte Lernangebote zu einer Vereinzelung der Lernenden und ihrer Lernprozesse kommen. Diese arbeiten dann zwar nebeneinander im selben Raum, aber vor allem für sich. Inklusiver Mathematikunterricht benötigt eine kommunikative Kultur, „die den Kindern Raum zuspricht, […] gemeinsame, an der Mathematik orientierte Gespräche zu initiieren, die nicht allein durch die Perspektive der Lehrkraft geprägt sind“ (ebd. S. 29). Denn in der Auseinandersetzung mit den Lösungswegen, Ideen und Entdeckungen anderer steckt die Chance, die Vielfalt im inklusiven Mathematikunterricht als Potential und Lernanlass zu nutzen.

Im Austausch können die eigenen Ansätze und Vorstellungen dargestellt, reflektiert und weiterentwickelt werden. Damit dies gelingt, gilt es den Austausch methodisch zu strukturieren und die Lernenden in der Entwicklung ihrer kommunikativen Fähigkeiten zu unterstützen. Im Projekt „Mathe inklusiv mit PIKAS“ werden drei Aspekte des gemeinsamen Austausches formuliert.

Im Folgenden wird exemplarisch dargestellt, wie Gespräche im Klassenverband im inklusiven Mathematikunterricht gelingen können. Für die anderen beiden Aspekte sei auf die jeweils in der Abbildung angegebenen URLs verwiesen.

Gespräche im Klassenverband
pikas-mi.dzlm.de/node/614

Sich verständlich machen
pikas-mi.dzlm.de/node/574

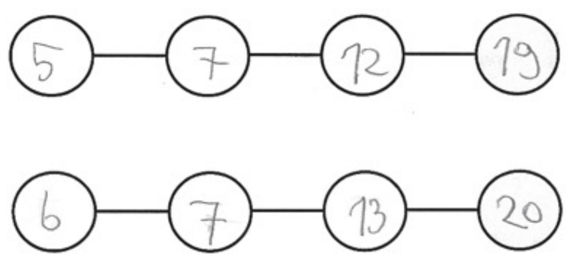
AUSTAUSCH ANREGEN

Andere verstehen
pikas-mi.dzlm.de/node/608

5.1 PRODUKTIVER UMGANG MIT VIELFALT

Eine wesentliche Grundlage für kooperativ-kommunikative Lernsituationen bilden austauschanregende Aufgaben, die eine gemeinsame Orientierung und Problementfaltung erlauben. Dies wird durch sog. substantielle Aufgabenformate möglich, die natürliche Differenzierung zulassen (vgl. Wittmann et al. 2017a; siehe auch Kapitel 2 „Aufgaben adaptieren“): Startpunkt ist eine Ausgangsaufgabe für alle Lernenden, die sie mit ihren Möglichkeiten – ggf. mit Unterstützung – bearbeiten können und die durch die potentielle Vielfalt an Herangehensweisen und Lösungsansätzen Diskussionsanlässe schaffen kann (siehe auch Kapitel 1 „Lernaufgaben formulieren“).

Zur Veranschaulichung wird hier das Beispiel „4er-Zahlenketten mit der Zielzahl 20“ gewählt (siehe auch *primakom.dzlm.de/node/380*). Die erste und zweite Startzahl werden frei gewählt, die dritte Zahl wird durch Addition der beiden Startzahlen gewonnen, die Zielzahl entsprechend durch Addition der zweiten Startzahl und der dritten Zahl.



Nachdem den Lernenden genügend Zeit gegeben wurde, sich mit dem Aufgabenformat vertraut zu machen, könnte eine Aufgabenstellung als Grundlage für den anschließenden Austausch dann folgendermaßen lauten:

1. **Finde geschickt möglichst viele Zahlenketten mit der Zielzahl 20!**
2. **Beschreibe, wie du vorgegangen bist!**
3. **Hast du alle gefunden? Begründe!**

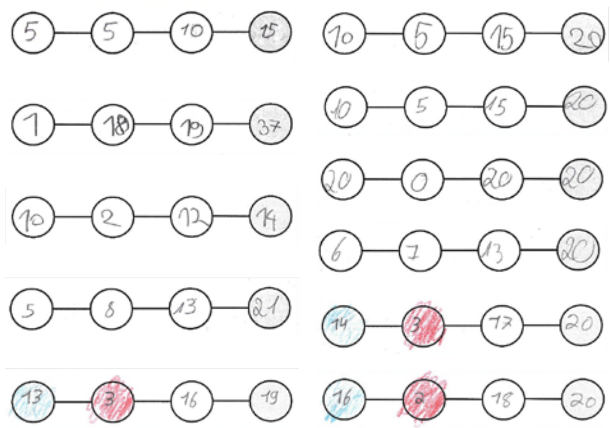
Diese Aufgabe eignet sich für den gemeinsamen Austausch, weil alle Kinder der Lerngruppe die gleiche Ausgangsaufgabe erhalten. Dabei bleibt die Eingangsschwelle vergleichsweise niedrig, was es in der Regel allen Kindern ermöglicht, einen ersten Zugang zu finden. Zusätzlich erhalten die Lernenden Freiheitsgrade in der Bearbeitung. Sie können über die Art der Lösungswege, mögliche Hilfsmittel, Darstellungsweisen und – rein quantitativ – über die Anzahl der zu produzierenden Zahlenketten entscheiden. Die Aufgabe beinhaltet Fragestellungen unterschiedlichen Schwierigkeitsgrades, die durch Impulse in der Aufgabenstellung („Finde geschickt…“, „Hast du alle gefunden? Begründe!“) herausgestellt werden. In Verbindung mit den Freiheitsgraden in der Bearbeitung können sich dadurch unterschiedliche Herangehensweisen und Lösungswege ergeben, die wiederum den gemeinsamen Austausch anregen können. Um dabei das Lernen mit- und voneinander zu ermöglichen und die Vorteile der potentiellen Vielfalt von Ideen, Ansätzen und Lösungen nutzen zu können, lassen sich in Anlehnung an Götze und Meyer (2010, S. 6) die folgenden vier Leitideen formulieren.

Vielfalt vorhersehen

Im Kontext von substanziellen Aufgabenformaten und heterogenen Lerngruppen kann es leicht passieren, dass „die oft kreativen und ungewöhnlichen Lernwege und Argumentationen der Kinder nicht erkannt und in der Folge auch nicht so gewürdigt und eingebunden werden können, wie sie es verdient hätten“ (Krauthausen & Scherer 2014, S. 79). Gerade deshalb ist es entscheidend, den der Lernaufgabe zugrunde liegenden mathematischen Inhalt genau zu kennen. Es sollten also im Vorfeld mögliche Lösungswege und Herangehensweisen durchdacht und Ergebnisse und Darstellungsweisen antizipiert werden. Hierzu gehören auch mögliche Fehlvorstellungen oder unterschiedliche Strategien (vgl. Götze & Meyer 2010). Die Lehrkraft sollte also vorab wissen, wie viele unterschiedliche Zahlenketten es gibt und sich auf mögliche Vorgehensweisen, diese zu finden, vorbereiten.

Vielfalt gemeinsam ordnen

Um bei der Reflexion der Arbeitsergebnisse den gemeinsamen Austausch im Klassenverband und damit kollektive Lernprozesse anzuregen, sollten Aktivitäten angeregt werden, die möglichst allen Kindern der Lerngruppe die aktive Auseinandersetzung mit den Arbeitsergebnissen ermöglichen. Gut dazu geeignet ist z.B. das gemeinsame Ordnen, das die Lernenden dazu anregt, sich mit den Lösungen ihrer Mitschüler:innen zu befassen. Außerdem können die Kriterien nach denen geordnet wird, diskutiert werden.
Bei der obigen Aufgabe kann ein möglicher Auftrag darin bestehen, alle in der Klasse gefundenen Zahlenketten zu ordnen, um zu überprüfen, ob insgesamt alle Zahlenketten mit Zielzahl 20 gefunden wurden. Ein erstes Ergebnis im Ordnungsprozess könnte folgendermaßen aussehen.



Die Lernenden haben zunächst das naheliegende Ordnungskriterium „Zielzahl 20 getroffen“ (rechts) bzw. „Zielzahl 20 nicht getroffen“ (links) gewählt und einige ihrer zuvor gefundenen Lösungen zugeordnet. Dieses Kriterium verschafft einen guten Überblick und ist für viele Lernende vergleichsweise gut umzusetzen. Damit gemeinsame Ordnungsprozesse produktiv ablaufen, sollte die Lehrkraft darauf vorbereitet sein, die Diskussion – auch inhaltlich – zu moderieren, zu lenken und Impulse zu geben. Sie sollte sich zum Beispiel darüber im Klaren sein, welche Ordnungskriterien genutzt werden könnten und welche Impulse sie geben kann, wenn die Diskussion dies erfordert. Anschließend könnten nun weitere Ordnungsvorschläge angeregt werden, je nachdem welcher Teil des Arbeitsauftrags fokussiert werden soll.

- Fokussierung von Strategien, wie alle Zahlenketten mit der Zielzahl 20 gefunden werden können: z.B. „Welche Zahlenketten sind genau gleich?“ (oben rechts), „Welche Zahlenketten haben Startzahlen, die nah beieinander liegen?“ (unten rechts)
- Fokussierung des Findens neuer Zahlenketten mit der Zielzahl 20: z.B. „Welche Zahlenketten haben die 20 nur knapp verpasst?“ oder „Wie können wir mit ihrer Hilfe weitere finden?“

Lernenden mit Unterstützungsbedarf muss genügend Zeit gegeben werden, ihre Zahlenketten zuzuordnen und Antworten auf die Impulse zu geben. Entscheidend beim Ordnen ist, dass es nicht nur darum geht, Ordnungskriterien zu nennen oder zu diskutieren, sondern auch darum, eigene oder fremde Lösungen ein- und zuzuordnen oder zu bestehenden Ordnungen neue Elemente zu finden.

Vielfalt gemeinsam normieren

> **„Jedes Kind konstruiert für sich selbst eigene Sinndeutungen über mathematische Zusammenhänge“ (Nührenbörger, 2007 S. 245).**

Beim gemeinsamen Austausch darüber darf jedoch nicht der Eindruck entstehen, „einfach nur ‚irgendetwas‘ zu machen“ (Götze & Meyer 2010, S. 7). Deshalb müssen die vielfältigen Lösungswege in gewisser Weise „normiert" werden, um es den Lernenden einfacher zu machen, sinnvolle und hilfreiche neue Verfahren oder Herangehensweisen (wie die erste Startzahl um 2 zu vergrößern und die zweite um 1 zu verkleinern) von weniger hilfreichen Strategien zu unterscheiden (wie bei einer korrekten Zahlenkette beide Startzahlen zu vertauschen). Entscheidend ist, dass die Lernenden über Begriffe und damit verknüpfte Vorstellungen und auch über Lösungen und Lösungswege sprechen, damit sie ein gemeinsames Verständnis der Probleme und Problemlösungen entwickeln.

Vielfalt zulassen und moderieren

Immer dann, wenn Lernende die Möglichkeit erhalten, selbst mathematisch tätig zu werden, stellt dies auch Herausforderungen an die Lehrkraft: Sie muss die zu beobachtende Vielfalt – und dazu gehören auch Fehler, Irrwege, Umwege und Sonderwege – zulassen und aushalten (vgl. ebd.). Das bedeutet nicht, dass Fehler oder Fehlvorstellungen im Unterricht nicht mehr als solche korrigiert werden sollen. Das Ziel ist es vielmehr, durch Normierungs- und Aushandlungsprozesse gemeinsame Ergebnisse, also geteiltes Wissen, sichtbar zu machen und festzuhalten. Gerade beim Aufbau grundsätzlicher Vorstellungen stellt dieser gemeinsame Austausch „einen wertvollen und auch notwendigen Baustein mathematischer Lernprozesse dar“ (Nührenbörger 2007, S. 245), der von der Lehrkraft in erster Linie initiiert, aufrechterhalten und gelenkt werden muss. Wie dies gelingen kann, wird im folgenden Abschnitt thematisiert.

5.2 MODERATION VON PLENUMSDISKUSSIONEN

Gemeinsame Gespräche im Klassenverband stellen eine besondere Herausforderung dar. Sie beinhalten „die höchst anspruchsvolle Aufgabe, viele gleichzeitig zu interessieren und auf einem ihnen verständlichen Niveau zu agieren, ohne sie zu langweilen“ (ebd.). Das gilt besonders in inklusiven Settings, in denen die Lernvoraussetzungen der Kinder möglicherweise weit auseinander reichen. Im Folgenden werden einige Ansätze vorgestellt, die sowohl den gemeinsamen Austausch im Klassenverband anregen und aufrechterhalten als auch die Lernenden darin unterstützen können, sich gegenseitig zu verstehen.

Die Lehrkraft als sprachliches Vorbild

Bei der Unterstützung der Lernenden, die fachbezogene Unterrichtssprache sicher zu gebrauchen, kommt der mündlichen Lehrersprache in Plenumsdiskussionen eine ebenso bedeutsame Rolle zu wie anderen didaktischen Hilfen (z.B. Wortspeicher oder Formulierungshilfen; Götze 2015). Der Lehrkraft kommt die Aufgabe zu, Diskussionen sprachsensibel zu moderieren, ohne dabei die Mitteilungsbereitschaft der Lernenden zu hemmen (ebd.). In Anlehnung an Götze (ebd. 54) sind die folgenden Strategien hilfreich:

- **Vernetzen, zusammenfassen, neu formulieren:** „Du hast gerade vollkommen richtig gesagt, dass ... / Wer kann nochmal wiederholen, was ... gerade gesagt hat?“
- **Anpassen und fachsprachlich umformulieren:** „Die Zahl hier ganz rechts nennen wir Zielzahl. Wir haben den Begriff hier in unserem Wortspeicher gesammelt!“
- **Verlängerung der Äußerungen der Kinder:** „Kannst du nochmal genau sagen, was mit dem Ergebnis passiert?“

Ein vielfältiges Repertoire von Fragen und Impulsen bereithalten

Mit der richtigen Frage- und Impulstechnik der

Lehrperson kann der Diskurs belebt und inhaltlich vertieft werden, wobei auf suggestive oder offenkundig unechte Fragen verzichtet werden sollte. In Anlehnung an Schütte (2002, S. 18) sind hier einige beispielhafte Impulse zusammengestellt:

- **Impulse, die sachliche Begründungen anregen:** „Wer hat deiner Meinung nach recht und warum? Wie kannst du sicher sein, dass du alle Möglichkeiten gefunden hast?"
- **Impulse, die zum Reflektieren des eigenen Lösungsweges anregen:** „Wie findest du eine neue Zahlenkette? Worauf musst du dabei achten? Was klappt bei deinem Vorgehen gut?"
- **Impulse, die zum Verständnis anderer Lösungswege führen:** „Kannst du genauso Zahlenketten herstellen, wie Felix?“ / „Erkläre, wie Lisa vorgegangen ist.“
- **Impulse, die anregen Hypothesen zu bilden und Vorhersagen zu treffen:** „Was wäre, wenn du die Zielzahl 30 treffen müsstest? Was wäre, wenn die Zahlenkette um eine Zahl länger wäre?"
- **Impulse, die zum Entwickeln eines Lösungsplans führen:** „Wie könnten wir aus diesen „Nicht-Zwanziger-Ketten“ doch noch „Zwanzigerketten“ machen? Wie können wir die „Zwanziger-Ketten“ sortieren, um zu sehen, ob wir alle gefunden haben?"
- **Impulse, die Entdeckungen anregen:** „Was fällt dir auf? Welche Muster kannst du entdecken? Ist das immer so?"

Grundsätzlich lohnt es sich, wenn die Lehrkraft Impulse je nach Situation gezielt auswählt – idealerweise einen Impuls je Situation. Das bedeutet auch, dass mehrere Fragen hintereinander vermieden werden sollten, damit die Kinder sich ganz auf einen Aspekt konzentrieren können.

Paraphrasieren von Beiträgen anregen

Eine weitere Anregung, die in vielen Fällen zu mehr Einsicht führen kann, besteht darin, dass die Lernenden durch die Lehrkraft immer wieder angeregt werden, Ideen, Lösungswege etc. der Mitschüler:innen in eigenen Worten ausdrücken. „Meist hören die Kinder erst eine gewisse Zeit den Erläuterungen ihrer Mitschüler zu, versuchen den Gedankengängen zu folgen und wiederholen dann nochmal laut, wie sie es verstanden haben. Oder sie paraphrasieren, was sie bisher verstanden haben und formulieren gleichzeitig eine gezielte Nachfrage“ (Götze 2007 S. 126).

Fehler ansprechen

Gerade die Thematisierung falscher Lösungswege kann zu einer „fruchtbaren und intensiven sozialen Interaktion“ (Götze, 2007 S. 138) führen. Im besten Fall erkennen die Gruppenmitglieder den Fehler selbst und setzen sich produktiv mit ihm auseinander. Andernfalls ist es Aufgabe der Lehrkraft eine Auseinandersetzung zu initiieren. Hierfür eignen sich besonders Fragen, die einen sog. kognitiven Konflikt bei den Lernenden auslösen (z.B. „Mit diesen Startzahlen komme ich zu einem anderen Ergebnis, obwohl ich sie nur vertauscht habe. Wie kann das sein?“).
Dabei sollte darauf geachtet werden, dass alle Beteiligten wertschätzend und verständnisvoll miteinander umgehen. Nicht selten basieren Fehler auf Fehlvorstellungen, von deren Thematisierung die Klasse profitieren kann. Dieser Aspekt sollte, wo immer möglich, hervorgehoben werden (z.B. „Dank ... haben wir gemerkt, dass man die erste und zweite Startzahl nicht einfach vertauschen kann, um die gleiche Zielzahl zu erhalten! Welche Rolle spielt denn die erste/zweite Startzahl für die Zielzahl?“).

Gesprächsregeln für mathematische Gespräche etablieren

Genauso wie es allgemeine Gesprächsregeln gibt (z.B. bei *pikas.dzlm.de/node/1079*), ist es auch denkbar, Gesprächsregeln für mathematische Gespräche zu vereinbaren. Die von Krauthausen und Scherer (2014, S. 71f.) formulierten Regeln haben vor allem die Funktion, dass sich die Lernenden in ihren Äußerungen inhaltlich immer wieder auf die Beiträge ihrer Mitschüler:innen beziehen. In Schülersprache formuliert könnte ein entsprechendes Gesprächsregelplakat folgendermaßen aussehen:

1. **Ich frage nach, ob ich meine Mitschüler:innen richtig verstanden habe.**
2. **Ich erkläre nur das Wichtigste! Wichtig ist zum Beispiel das, was ich anders sehe als die anderen.**
3. **Ich versuche, „durch die Brille“ meiner Mitschüler:innen zu sehen und mich in sie hinein zu versetzen.**
4. **Ich vertrete meine Meinung, aber lasse auch andere Meinungen zu.**

6 Förderschwerpunkt Lernen

- *pikas-mi.dzlm.de/node/74*

In der Verordnung über die Sonderpädagogische Förderung in NRW (AO-SF) werden Lern- und Entwicklungsstörungen als erhebliche Beeinträchtigungen im Lernen, in der Sprache und in der emotionalen und sozialen Entwicklung definiert, die allein oder gemeinsam auftreten können und die sich häufig gegenseitig bedingen sowie wechselseitig verstärken. Es kommt zu einer erheblichen Diskrepanz zwischen den aktuellen Lernvoraussetzungen der Lernenden und den Leistungs- und Verhaltenserwartungen der Schule und in deren Folge zu Lern- und Leistungsausfällen, welche die Teilhabe an den Bildungsgängen der allgemeinen Schule gefährden. Sonderpädagogischer Unterstützungsbedarf im Förderschwerpunkt *Lernen* besteht dann, wenn diese Lern- und Leistungsausfälle umfänglich, schwerwiegend und langandauernd sind, d.h. wenn mehr als nur ein Unterrichtsfach betroffen ist, wenn die Lernrückstände mehr als ein Schuljahr umfassen und voraussichtlich nicht im Laufe eines Schuljahres ausgeglichen werden können.

Etwa die Hälfte aller Kinder und Jugendlichen mit sonderpädagogischem Förderbedarf entfällt auf den Förderschwerpunkt *Lernen*, im Schuljahr 2018 waren das etwa 193.000 Lernende, die auf der Basis eines individuellen Förderplans gemäß dem zieldifferenten Bildungsgang Lernen gefördert werden. Die Inhalte und Anforderungen des Unterrichts orientieren sich an denen der Grund- und Hauptschule und sie führen zum Abschluss des Bildungsgangs Lernen. Bei entsprechenden Leistungen ist der Erwerb eines dem Hauptschulabschluss gleichwertigen Abschlusses möglich.

6.1 ERLEBEN UND VERHALTEN IN SCHULE UND UNTERRICHT

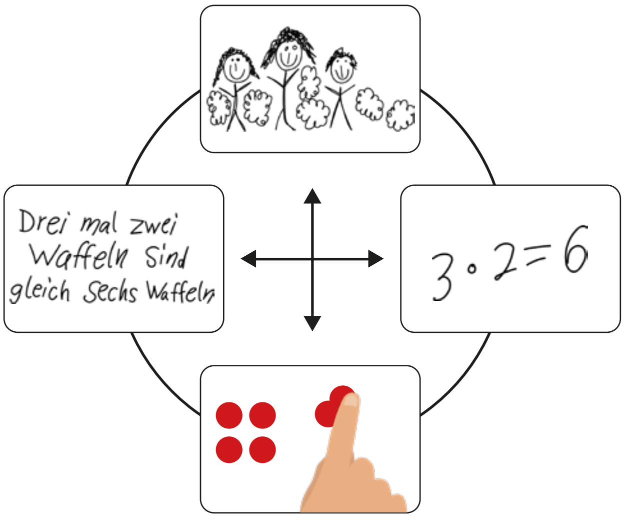
Im Förderschwerpunkt *Lernen* empfinden viele Lernende ihren schulischen Unterricht oft als sehr schwierig und äußerst anstrengend. Sie erleben häufig und wiederkehrend Misserfolge, so dass sie sich neuen Leistungsanforderungen entmutigt und oft nur unwillig stellen. Bei großer interindividueller Vielfalt zeigt sich individueller Förderbedarf in typischen Entwicklungsbereichen, die gezielt angeregt und unterstützt werden sollten:

- **Handlungssteuerung:** Impulsives und oberflächliches Handeln sollte in geplantes, kontrolliertes und reflektiertes Handeln überführt werden, das durch die Vermittlung geeigneter Lernstrategien, insbesondere Denk- und Problemlösestrategien, manchmal auch durch Übungen zur visuellen Wahrnehmung und zur Feinmotorik unterstützt wird.
- **Motivation und Konzentration:** Anstrengungsbereitschaft und zielorientiertes Arbeiten sind zu fördern, insbesondere durch die Vermittlung von Erfolgserlebnissen, die sich nur bei individuell angepassten Aufgaben einstellen können.
- **Soziale Integration und Selbstkonzept:** Aktivitäten gemeinsamen Lernens und tutorielle Arrangements können zur Akzeptanz von Lernenden mit Lernschwierigkeiten beitragen, die von sozialer Randständigkeit bedroht sind. Erlebnisse erfolgreichen Lernens und gemeinsames Tun ermutigen auch Lernende mit Lernschwierigkeiten zu weiterem Lernen.
- **Bereichsspezifisches Wissen und Können:** Relevante Vorkenntnisse und Vorläuferfertigkeiten bzw. Teilkompetenzen sind zu vermitteln, damit die Lernenden Chancen für erfolgreiches Lernen haben. Im mathematischen Lernbereich sind dies vor allem die sog. Basiskompetenzen zu den Zahlvorstellungen und zum Zählen, zur Ablösung vom zählenden Rechnen, zum Verständnis des Dezimalsystems und der mathematischen Grundoperationen, zum Automatisieren von instrumentell wichtigen Kopfrechenfertigkeiten und zum Mathematisieren beim Lösen von Sachaufgaben.

6.2 GESTALTUNG VON LERNUMGEBUNGEN IM MATHEMATIKUNTERRICHT

Im Förderschwerpunkt *Lernen* müssen geeignete Lernumgebungen im Mathematikunterricht nicht neu erfunden werden. Damit alle Lernenden an einem Lerngegenstand und doch auf verschiedenen Anforderungsniveaus arbeiten können, ist eine ausgewogene Balance zwischen individuellem und gemeinsamem Lernen anzustreben. Für diese Balance braucht es fachlich und fachdidaktisch fundierten Unterricht. Daher können bewährte Unterrichtsideen, die bereits seit Jahrzehnten von einer heterogenen Schülerschaft ausgehen, als Ausgangsbasis genutzt und im Sinne der Leitideen zum inklusiven Mathematikunterricht umgesetzt werden.

- Auf der Basis förderorientierter unterrichtsnaher Diagnostik (vgl. Kapitel 4) werden die Aufgaben durch eine durchgängige Differenzierung der Anforderungen und Unterstützungsmaßnahmen an die äußerst heterogenen Lernvoraussetzungen der Lernenden mit Förderbedarf angepasst (vgl. Kapitel 2). Der mathematische Inhalt konzentriert sich auf den Basisstoff, d.h. auf inhaltliche Themen, die aufeinander aufbauend immer wiederkehrend und grundlegend für das weitere Mathematiklernen sind.
- Im Rahmen einer differenzsensiblen Unterrichtsplanung (vgl. Kapitel 1) bearbeiten Kinder mit dem Förderschwerpunkt *Lernen* Reduzierungen der Basisaufgabe. Die Auswahl geeigneter Reduktionen eröffnet die Möglichkeit, die Entwicklung von individuell bedeutsamen Kompetenzen zu unterstützen, ohne dabei den Bezug zu den Zielen der Basisaufgabe zu verlieren. Somit wird parallel zur Basisaufgabe die Entwicklung individueller Kompetenzen unterstützt, die für das erfolgreiche Mathematiklernen des jeweiligen Kindes von grundlegender Bedeutung sind (vgl. Kapitel 13 und 14).
- Gerade für Kinder mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen ist der Unterricht auf das Erfassen und Verstehen von Mustern, Strukturen und Beziehungen auszurichten, damit Zusammenhänge genutzt sowie isolierte und unverstandene Lösungsschemata vermieden werden. Durch das einsichtsvolle Verstehen des eigenen Tuns und dessen Wiederholung in wechselnden Kontexten wird die Anwendung des Erlernten gesichert und das Gedächtnis der Lernenden entlastet.
- Fachliche und soziale Aktivitäten werden im Unterricht miteinander verknüpft, damit sich das Lernen von inhaltlichen, prozessbezogenen und sozialen Kompetenzen wechselseitig unterstützt. Lernpatenschaften und Tutorensysteme fördern das fachliche Lernen einzelner und zugleich den sozialen Zusammenhalt in einer Lerngruppe.
- Die alltagspraktische Relevanz mathematischer Themen wird genutzt, wann immer dies möglich ist, um das Verständnis mathematischer Begriffe und Operationen aus lebensweltlichen Bezügen heraus zu unterstützen.
- Deren Erarbeitung und vertiefendes Durcharbeiten auf wechselnden Darstellungsebenen (Handlung mit Material, Bild, sprachliche Beschreibung, Mathematiksprache; vgl. die Abbildung) sichern das Gelernte.
- In reflexiven Phasen durchdenken die Schüler ihren Lernprozess und entscheiden sich für neue Lernziele.



6.3 LESEN UND LERNEN

- Informationsangebot zum Förderschwerpunkt *Lernen*: im Projekt *Mathematik inklusiv mit PIKAS* unter *https://pikas-mi.dzlm.de/node/74*.
- Leitideen inklusiven Mathematikunterrichts: in dieser Handreichung (Kapitel 2-5) und unter *https://pikas-mi.dzlm.de/node/33*.
- Anregungen zur differenzsensiblen Unterrichtsplanung und instruktive Unterrichtsbeispiele: in dieser Handreichung (Kapitel 1, 13 und 14) und unter *https://pikas-mi.dzlm.de/node/272*.
- In einer Broschüre des Ministeriums für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen zu den sonderpädagogischen Förderschwerpunkten: ein Kapitel von Heimlich, Hillenbrand & Wember (MSW 2016, S. 9-19).
- Ausführlich in der Fachliteratur: zum Mathematikunterricht bei Lernschwierigkeiten Scherer & Moser Opitz (2010), zum inklusiven Unterricht Breuer-Küppers & Bach (2016), zur Didaktik des Unterrichts bei Lernschwierigkeiten Heimlich & Wember (2020).

7 Förderschwerpunkt Sprache

- *pikas-mi.dzlm.de/node/78*

Für viele Kinder stellen die sprachlichen Anforderungen im Unterricht Barrieren dar. Dies gilt in besonderer Weise für Kinder mit sonderpädagogischem Unterstützungsbedarf im Bereich *Sprache und Kommunikation*, auch wenn sie zielgleich unterrichtet werden. Im Sinne der Ausbildungsordnung Sonderpädagogische Förderung (AO-SF) besteht Bedarf an sonderpädagogischer Unterstützung mit dem Förderschwerpunkt *Sprache*, „[…] wenn der Gebrauch der Sprache nachhaltig gestört und mit erheblichem subjektiven Störungsbewusstsein sowie Beeinträchtigungen in der Kommunikation verbunden ist und dies nicht alleine durch außerschulische Maßnahmen behoben werden kann" (AO-SF 2016, § 4 (3)).

Im Falle von Störungen in der sprachlichen und kommunikativen Entwicklung sind oft nicht nur die sprachlichen Lernprozesse im engeren Sinne beeinträchtigt, sondern auch die kognitiven, schriftsprachlichen, emotionalen und sozialen Fähigkeiten und Fertigkeiten. Der Förderschwerpunkt *Sprache* kann demnach allein oder gemeinsam mit den Förderschwerpunkten *Lernen* oder *Emotionale und soziale Entwicklung* auftreten. Die Lern- und Entwicklungsstörungen bedingen sich häufig gegenseitig und verstärken sich wechselseitig (vgl. AO-SF 2016, § 4 (1)). Schülerinnen und Schüler mit dem Förderschwerpunkt *Sprache* werden folglich zielgleich oder zieldifferent beschult. Im Jahr 2018 besuchten im Förderschwerpunkt *Sprache* bundesweit gut 56.000 Lernende je zur Hälfte allgemeine oder Förderschulen, das waren etwa 10 % der Lernenden mit Unterstützungsbedarf (gerundete Zahlen nach KMK 2020).

7.1 ERLEBEN UND VERHALTEN IN SCHULE UND UNTERRICHT

Im Förderschwerpunkt *Sprache* fällt vielen Schülerinnen und Schülern die Wahrnehmung oder Produktion sprachlicher Mitteilungen in Rede und Schrift schwer. Günstige äußere Bedingungen, insbesondere eine gute Raumakustik und ein niedriger Geräuschpegel erleichtern die sprachliche Verständigung im Klassenzimmer.

Mindestens ebenso wichtig wie die äußeren Bedingungen im Klassenraum sind die inneren Bedingungen im Unterricht. Kinder brauchen ein kommunikatives Milieu: Sie sollten immer wieder zum Reden ermutigt und für ihre sprachlichen Äußerungen gelobt werden. Das gilt zwar grundsätzlich für alle Lernenden, aber bei Unterstützungsbedarf im Bereich *Sprache und Kommunikation* in besonderer Weise, denn viele sprachlich beeinträchtigte Kinder leiden unter starken Sprechängsten.

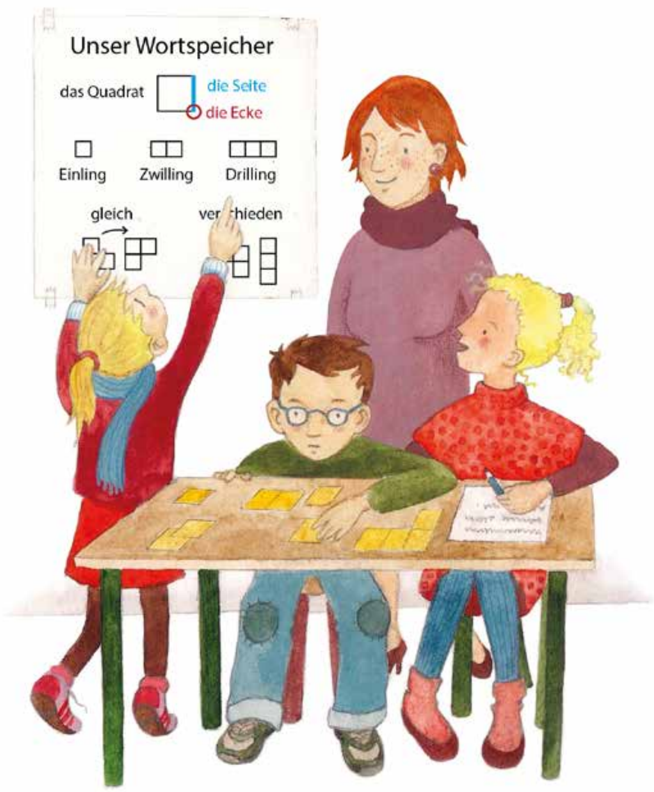
7.2 GESTALTUNG VON LERNUMGEBUNGEN IM MATHEMATIKUNTERRICHT

Die Sprache ist im Mathematikunterricht einerseits wichtiger Lerngegenstand, denn zum Erlernen von Mathematik gehört der Erwerb fachsprachlicher Begriffe. Jede mathematische Aufgabe enthält auch sprachliche Anforderungen, die das alltagssprachliche und/oder das fachsprachliche Verständnis betreffen. Kinder mit Sprachschwierigkeiten kommen mit diesen sprachlichen Anforderungen oft nicht zurecht und können den mathematischen Gehalt der Aufgabenstellung nicht erschließen. Andererseits ist die Sprache im Mathematikunterricht zentrales Mittel der Verständigung, denn mathematische Sachverhalte werden vor allem mittels Sprache dargestellt und erklärt, analysiert und diskutiert.

Besondere sprachlich-kommunikative Anforderungen werden im Mathematikunterricht immer dann wichtig, wenn die Kinder miteinander sprechen, fachlich argumentieren oder einander Probleme oder Lösungen erklären. Kinder, die schon bei der alltäglichen sprachlichen Kommunikation erhebliche Schwierigkeiten haben, sich verständlich mitzuteilen, werden in solchen fachsprachlich anspruchsvollen Situationen oft überfordert. Schüler:innen mit dem Förderschwerpunkt *Sprache* benötigen folglich einen sprachunterstützenden und sprachsensiblen Mathematikunterricht, der ihnen hilft, ein fundamentales Lern- und Kommunikationsgerüst für die erfolgreiche Teilhabe am inklusiven Unterricht und darüber hinaus zu entwickeln. Sprachsensibel und sprachunterstützend Mathematik zu unterrichten meint auch, dass die Kinder zur sprachlichen Produktion herausgefordert und nicht die sprachlichen Anteile aus gut gemeinten Schonraumgründen ausgeblendet werden.

Mathematikunterricht im Schwerpunkt *Sprache* berücksichtigt neben fachlichen Zielen auch die individuellen sprachlichen Unterstützungsbedarfe, die in individuellen Lern- und Entwicklungsplänen festgehalten sind. Bei der Planung des inklusiven Mathematikunterrichts stellen sich also zusätzlich zu den mathematikdidaktischen Fragen auch sprachdidaktische Fragen wie diese (Reber & Schönauer-Schneider 2017, S. 24):

- Welche sprachlichen Auffälligkeiten können im Unterricht zu Lernbarrieren werden und wie können diese abgebaut werden? - Die Lehrkraft sollte durchgängig auf geplante Versprachlichung achten und als sprachliches Vorbild fungieren, denn ein sprachsensibel gestalteter Unterricht steigert die Qualität und Lernwirksamkeit von Unterricht insgesamt - und zwar für alle Lernenden. Lernaufgaben sollten im Unterricht in einfacher Sprache erklärt, geschriebene Texte auch in einfacher Sprache angeboten werden.
- Welche Medien werden benötigt bzw. wie müssen diese zur Beseitigung von Barrieren adaptiert



werden? - Da Sprachproduktion und Sprachrezeption mehrdimensional und auf verschiedene Art und Weise – durch Hören, Sprechen, Lesen, Schreiben und Wahrnehmen – geschehen, kann die Nutzung verschiedener Darstellungsformen, die sich ohnehin aus mathematikdidaktischer Sicht empfiehlt - Lernbarrieren entgegenwirken und eventuell fehlende kommunikative Mittel ausgleichen (vgl. Lüdtke & Stitzinger 2017, S. 23). Für Lernende mit Unterstützungsbedarf im Bereich Sprache ist ein Wortspeicher von besonderer Bedeutung, da sich die Speicherung neuer Begriffe im sog. mentalen Lexikon häufig nur verlangsamt vollzieht. Die Möglichkeit, neu erarbeitete Begriffe oder Formulierungen im Wortspeicher nachzulesen hilft, über den visuellen Zugang deren Verankerung zu unterstützen. In der Lerngruppe gemeinsam erstellte Wortspeicher können darüber hinaus für einzelne Kinder individuell modifiziert werden (vgl. Abbildung).
- Welche Methoden und Unterrichtsformen eignen sich? – Partner- und Gruppenarbeit erfordern und fördern sprachliche Kommunikation, aus fachlicher Sicht empfehlen sich insbesondere *Mathekonferenzen*, in denen sich die Kinder in Kleingruppen über mathematische Probleme und Verfahren austauschen *(pikas.dzlm.de/node/787*). Aktivitäten, die der Förderung der prozessbezogenen Kompetenzbereiche „Argumentieren“ und „Darstellen / Kommunizieren“ dienen, können für eine individuelle und spezifische Sprachförderung genutzt werden *(pikas-mi.dzlm.de/node/616)*, weitere Vorschläge finden sich unter *pikas-mi.dzlm.de/node/135*.

7.3 LESEN UND LERNEN

- Informationsangebot zum Förderschwerpunkt *Sprache*: im Projekt *Mathematik inklusiv mit PIKAS* unter *https://pikas-mi.dzlm.de/node/78*.
- Leitideen inklusiven Mathematikunterrichts: in dieser Handreichung (Kapitel 2-5) und unter *https://pikas-mi.dzlm.de/node/33*.
- Anregungen zur differenzsensiblen Unterrichtsplanung und instruktive Unterrichtsbeispiele in diesem Heft (Kapitel 1) und unter *https://pikas-mi.dzlm.de/node/272*.
- In einer Broschüre des Ministeriums für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen zu den sonderpädagogischen Förderschwerpunkten: zwei Kapitel von Lüdtke & Stitzinger (MSW 2016, S. 20-27) und Mayer & Motsch (MSW 2016, S. 28-32).
- Ausführlich in der Fachliteratur: zur Sprachförderung im sprachsensiblen Mathematikunterricht Götze (2015, auch unter *https://proprima.dzlm.de/node/49*) oder Prediger (2020), zum inklusiven Unterricht Lüdtke & Stitzinger (2017) oder Reber & Schönauer-Schneider (2017).

8 Förderschwerpunkt Emotionale und soziale Entwicklung

- pikas-mi.dzlm.de/node/82

In der Verordnung über die Sonderpädagogische Förderung in NRW (AO-SF 2020) werden in § 4 (1) Lern- und Entwicklungsstörungen als erhebliche Beeinträchtigungen im Lernen, in der Sprache und in der emotionalen und sozialen Entwicklung definiert, die allein oder gemeinsam auftreten können und sich häufig gegenseitig bedingen und wechselseitig verstärken. Sonderpädagogischer Unterstützungsbedarf im Förderschwerpunkt *Emotionale und soziale Entwicklung* besteht laut AO-SF, wenn sich eine Schülerin oder ein Schüler in der Schulsituation überfordert zeigt, sich nicht auf erzieherische Angebote einlassen kann oder sich sogar widersetzt, sodass sie oder er im Unterricht nicht oder nicht hinreichend zu fördern und die eigene Entwicklung oder die der Mitschülerinnen und Mitschüler erheblich gestört oder gefährdet ist (§ 4 (4)).
Im Jahr 2018 besuchten von knapp 96.000 Lernenden im Förderschwerpunkt *Emotionale und soziale Entwicklung* bundesweit etwa 43 % Förderschulen und etwa 57 % allgemeine Schulen, das waren knapp 17 % der Lernenden mit Unterstützungsbedarf. Der Unterricht führt zu den Abschlüssen der allgemeinen Schulen oder zum Abschluss im zieldifferenten Bildungsgang *Lernen* (§ 28 (1)). Im Rahmen eines individuellen Förderplans kann die Schule für begrenzte Zeit von der Stundentafel abweichen (§ 28 (2)).

8.1 ERLEBEN UND VERHALTEN IN SCHULE UND UNTERRICHT

Fast alle Kinder und Jugendlichen mit Förderbedarf *Emotionale und soziale Entwicklung* erleben soziale Situationen als belastend und empfinden Leistungsanforderungen sehr häufig als Überforderung. Sie zeigen in Schule und Unterricht in solchen Momenten Verhaltensweisen, die das soziale Miteinander und den schulischen Lernerfolg beeinträchtigen, wenig förderlich für die eigene Entwicklung sind und die von Kind zu Kind in unterschiedlichen Ausprägungen auftreten können:

- Nicht altersgerechtes Verhalten, vor allem impulsives und wenig kontrolliertes sowie unaufmerksames und unkonzentriertes Verhalten,
- internalisierendes Verhalten, vor allem ängstlich gehemmtes, bisweilen zurückgezogenes Verhalten, nicht selten verbunden mit Desinteresse an Herausforderungen und mit Minderwertigkeitsgefühlen,
- externalisierendes Verhalten, vor allem ausagierendes und bisweilen aggressives Verhalten, nicht selten verbunden mit aversiven Emotionen und geringer Selbststeuerung,
- sozialisiert delinquentes Verhalten, das planvoll und kontrolliert Regeln verletzt und sich nicht an akzeptierten Normen und Werten orientiert, oft verbunden mit leichter Erregbarkeit und hoher Aggressivität gegen Personen und Sachen.

8.2 GESTALTUNG VON LERNUMGEBUNGEN IM MATHEMATIKUNTERRICHT

Im Unterricht sollten das kognitive und das soziale Lernen gleichzeitig angeregt und unterstützt werden. Im Mathematikunterricht gilt es ebenso wie in anderen Unterrichtsfächern Lerninteresse zu wecken und das fachliche Lernen zu fördern. Mögliche Unterstützungsmaßnahmen können sein:

- **Klassenraumgestaltung:** Ein ausreichend großer, gegliederter Klassenraum mit leicht zugänglichen Materialien, Funktionsbereichen und eventuell sogar externen Räumen für Gruppenarbeit oder individuelle Betreuung bei akuten Krisen kann präventiv wirken, denn er bietet Rückzugsmöglichkeiten und ermöglicht im Unterricht vielfältige Sozialformen.

- **Klassenmanagement:** Eingeführte und eingeübte Routinen entlasten den Unterrichtsablauf und eine zügige und reibungslose Unterrichtsführung sorgt für wenige soziale Reibungspunkte. Gemeinsam mit den Lernenden erarbeitete Regeln und vereinbarte Konsequenzen bieten Verhaltenssicherheit, wenn sie klarstellen, was von wem erwartet wird und was nicht akzeptiert werden kann.

- **Leistungstransparenz:** Individuell angemessene Leistungserwartungen, die klar und verständlich kommuniziert werden, sind für alle Lernenden hilfreich, insbesondere für Kinder mit Angst vor Versagen oder geringer Frustrationstoleranz.

- **Aufgabenformate:** Offene Lernangebote können den Leistungsdruck verringern, bieten den Lernenden Möglichkeiten zur Selbststeuerung des Lernprozesses und über Wahlmöglichkeiten die Chance, das schulische Lernen als persönlich bedeutsam zu erleben.

Sozial präventiver Mathematikunterricht
Ein Mathematikunterricht, der die Interessen der Lernenden trifft, die Aufgaben verständlich erläutert und an die unterschiedlichen Lernmöglichkeiten der Lernenden anpasst, bei Schwierigkeiten Hilfen bereithält und den Lernenden individuelle Lernfortschritte zurückmeldet, wirkt durch intensives fachliches Lernen sozial präventiv. Zugleich kann er die Wahrnehmung für eigenes und fremdes Empfinden sensibilisieren, die Reflexion eigenen Denkens und Handelns anregen und die Selbststeuerung des Verhaltens in Richtung Rücksichtnahme und Toleranz aktivieren und stärken, denn Lernenden droht bei Störungen im Erleben und Verhalten besonders oft mangelnde soziale Partizipation und Exklusion in der Lerngruppe.

- **Klassenklima:** Soziales Lernen gedeiht vornehmlich in einem unterstützenden Klassenklima, das durch eine akzeptierende und wertschätzende Haltung der Lehrkräfte gegenüber den Lernenden und durch gegenseitige Akzeptanz und Hilfe der Lernenden gekennzeichnet ist.

- **Vorbild der Lehrkraft:** Akzeptanz und Toleranz werden weniger auf Anweisung gelernt, als vielmehr von beobachteten Vorbildern übernommen. Deshalb sind Lehrkräfte in dieser Hinsicht zentrale Modelle für einfühlsames und prosoziales Verhalten.

- **Kooperative Lernumgebungen:** Empathie und prosoziales Verhalten werden situativ gelernt. Kooperative Lernformen wie Partner- und Gruppenarbeit können im Mathematikunterricht bewusst eingesetzt werden, zumal es fachlich bewährte Formate wie die *Mathekonferenz* oder die Methode *Think-Pair-Share (Ich-Du-Wir)* gibt.

8.3 LESEN UND LERNEN

- Informationsangebot zum Förderschwerpunkt *Emotionale und soziale Entwicklung* im Projekt *Mathematik inklusiv mit PIKAS*: *https://pikas-mi.dzlm.de/node/82*
- Anregungen zur Gestaltung von Klassenräumen unter *https://pikas-mi.dzlm.de/node/342*, zur differenzsensiblen Unterrichtsplanung in diesem Heft in Kapitel 1 und unter *https://pikas-mi.dzlm.de/node/272*, zur Adaption von Aufgaben in Kapitel 2 und unter Kurz-URL: *https://pikas-mi.dzlm.de/node/49*, zur Formulierung realistischer Kompetenzerwartungen in Kapitel 4 und unter *https://pikas-mi.dzlm.de/node/54*, zum Einsatz kooperativer Lernformen in Kapitel 5 und unter *https://pikas-mi.dzlm.de/node/55*.
- In einer Broschüre des Ministeriums für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen: ein Kapitel von Casale & Hennemann über die Grundlagen (MSB 2016, S. 33-40) und von Ricking über die schulischen Förderansätze (MSW 2016, S. 41-46).
- Ausführlich in der Fachliteratur: zum inklusiven Unterricht Breuer-Küppers & Hintz (2018) oder Müller (2018), zur Didaktik des Unterrichts bei Unterrichts- und Verhaltensstörungen Hillenbrand (2011) oder Stein & Stein (2020).

9 Förderschwerpunkt Geistige Entwicklung

• pikas-mi.dzlm.de/node/80

Die Vielfalt der Lernenden im Förderschwerpunkt *Geistige Entwicklung* ist groß – es gibt nicht „das typische Kind“ und nicht „den typischen Unterstützungsbedarf“, denn die intellektuellen Einschränkungen können individuell sehr unterschiedlich sein und sie wirken sich nicht nur im schulischen Unterricht aus, sondern auch außerhalb der Schule und über die Zeit der Schulpflicht hinaus. Die Ausbildungsordnung Sonderpädagogische Förderung sieht sonderpädagogischen Unterstützungsbedarf im Förderschwerpunkt *Geistige Entwicklung* dann als gegeben an, „wenn das schulische Lernen im Bereich der kognitiven Funktionen und in der Entwicklung der Gesamtpersönlichkeit dauerhaft und hochgradig beeinträchtigt ist, und wenn hinreichende Anhaltspunkte dafürsprechen, dass die Schülerin oder der Schüler zur selbstständigen Lebensführung voraussichtlich auch nach dem Ende der Schulzeit auf Dauer Hilfe benötigt“ (AO-SF 2016, § 5).
Lernende mit sonderpädagogischem Unterstützungsbedarf im Bereich der geistigen Entwicklung werden im Rahmen eines eigenen Bildungsgangs zieldifferent gefördert, der die Vermittlung lebenspraktischer Fähigkeiten zur möglichst eigenständigen Bewältigung alltäglicher Anforderungen anstrebt. Im Jahr 2018 besuchten bundesweit ca. 94.000 Lernende allgemeine Schulen (13 %) oder Förderschulen (87 %), das waren etwa 17 % aller Lernenden mit Unterstützungsbedarf.

9.1 ERLEBEN UND VERHALTEN IN SCHULE UND UNTERRICHT

Pädagogischer Unterstützungsbedarf ergibt sich als Folge einer unvollständigen und/oder verzögerten Entwicklung der intellektuellen Fähigkeiten. Diese reicht von leichteren Graden, bei denen die Kinder (etwa 80 %) elementare Formen des Lesens, Rechnens und Schreibens erlernen können bis hin zu schweren und umfänglichen Graden, bei denen die Kinder (etwa 20 %) in und außerhalb der Schule gezielter Unterstützung bedürfen. Für alle diese Lernenden stellen sich die kognitiven und sozialen Leistungserwartungen von Schule und Unterricht als sehr große Herausforderungen an Aufmerksamkeit und Wahrnehmung, Arbeits- und Langzeitgedächtnis, Sprachverständnis und Sprachvermögen sowie das allgemeine und das fachliche Vorwissen dar. Fast immer ist auch Hilfe bei der Verarbeitung von Emotionen und bei der Gestaltung sozialer Interaktionen angezeigt, denn Kinder erleben persönliche Annahme und soziale Aufnahme in die Klassengemeinschaft vor allem dann, wenn sie angemessene soziale Verhaltensweisen entwickeln, zugleich erwerben alle Kinder mit und ohne intellektuelle Beeinträchtigungen Sicherheit im Umgang miteinander.

9.2 GESTALTUNG VON LERNUMGEBUNGEN IM MATHEMATIKUNTERRICHT

Wenn im zieldifferenten Bildungsgang für den Förderschwerpunkt *Geistige Entwicklung* ein anspruchsvolles Bildungsangebot entstehen soll, sollte man allen Kindern ein gemeinsames Lernen am gleichen Lerngegenstand und doch auf verschiedenen Anforderungsniveaus ermöglichen, indem man sich an drei didaktischen Prinzipien orientiert:

- **Alltagsorientierung** meint die Einbindung fachlicher Anforderungen im Mathematikunterricht in die aktuelle Lebenswirklichkeit der Lernenden und – wann immer dies möglich ist – die Vermittlung alltagstauglicher Handlungskompetenzen, die ihnen eine weitgehend eigenständige Bewältigung voraussichtlicher Alltagsanforderungen ermöglichen. In diesem Sinne stellt der Umgang mit Hohlmaßen ein alltagsnahes Thema dar, das z.B. beim Kochen Anwendung findet (vgl. Abbildung).
- **Elementarisierung** meint die Verdichtung und Reduktion eines Bildungsangebots auf seinen grundlegenden Kerngehalt (vgl. Koch & Jungmann 2017, S. 103-105), im rechts dargestellten Beispiel das Zählen der Anzahl von Messbechern, die in den Eimer gekippt werden, bis die Markierung erreicht ist. In der Fachliteratur wird besonders auf die sog. numerischen Basisfertigkeiten verwiesen wie Mengenbegriff, Zahlen und Zahlinvarianz, unpräzises und präzises Zahlkonzept, Zahlwörter, Zahlenfolge und Zählen, Zählstrategien, strukturierte Zahlerfassung, auch wenn inzwischen ein anschlussfähiger Mathematikunter-

richt gefordert wird, der sich an den inhaltlichen und prozessbezogenen Kompetenzen der KMK ausrichtet (Schäfer 2020).

- **Entwicklungsorientierung** meint die konsequente Passung der mathematischen Anforderungen an den aktuellen Lernstand der Lernenden, sodass im Förderschwerpunkt *Geistige Entwicklung* häufig die Vermittlung grundlegender mathematischer Fähigkeiten angestrebt wird, welche die meisten Lernenden ohne Beeinträchtigungen spontan und ohne schulische Anregung und Unterstützung erwerben, wie sprachliche Fertigkeiten, erste Zahlworte und Zahlenfolgen, auditive und visuelle Wahrnehmungsleistungen, simultane Erfassung von kleineren Mengen, Klassifikations- und Seriationsleistungen. In der Beispielaufgabe werden erste Zahlworte und Zahlfolgen in Verbindung mit aufeinander folgenden Handlungen geübt, auf einem Arbeitsblatt können erfolgte Handlungen durch Durchstreichen und Füllstände durch Einzeichnen festgehalten werden.

Differenzierte Lernangebote können von der Lehrkraft gezielt geplant oder als offene Aufgaben formuliert werden, die über Wahlmöglichkeiten spontane Differenzierungen durch die Lernenden zulassen. Zwei methodische Prinzipien können Orientierung bieten:

Die **Bearbeitung von Aufgaben in wechselnden Darstellungsformen** soll bei allen Lernenden sicherstellen, dass sie die Aufgaben verstehen und die Möglichkeit haben, sich Lösungen enaktiv durch Handlungen mit Material, ikonisch durch bildliche Vorstellungen und symbolisch durch sprachliche oder mathematische Ausdrücke zu erarbeiten. Im Beispiel kann die Aufgabe durch Schütten mit dem Messbecher enaktiv gelöst und das Ergebnis kann von den Lernenden ikonisch oder symbolisch festgehalten werden.

Die **kooperative Erarbeitung von Aufgaben und Lösungen** kann dazu beitragen, dass alle Lernenden durch gemeinsames Denken und Tun und im kommunikativen Austausch miteinander zugleich fachlich und sozial lernen. Die Aufgabe im Beispiel kann gut in Partnerarbeit und mit wechselnden Rollen gelöst werden, ein Kind handelt mit Messbecher und Wasser, ein Kind beobachtet und protokolliert das Ergebnis.

Viele Kinder mit intellektuellen Beeinträchtigungen blicken auf relativ eingeschränkte soziale Erfahrungen zurück, ihre Akzeptanz unter Gleichaltrigen und ihre Integration in relevante soziale Gruppen innerhalb und außerhalb der Schule sind oft gefährdet. Gemeinsames Lernen im Unterricht kann hier auch und gerade im Mathematikunterricht präventiv und ausgleichend eingesetzt werden, denn es verlangt den sozialen Austausch aus den Aufgabenstellungen heraus und trägt zugleich zu einer besseren Durchdringung der mathematischen Sachverhalte bei. Wenn der Mathematikunterricht darüber hinaus nicht nur an fachlichen, sondern immer wieder auch an lebenspraktischen Fragestellungen anknüpft, hilft das allen Lernenden, sinnvolle Verbindungen zwischen den erlernten mathematischen Begriffen und Verfahren sowie dem alltäglichen Leben zu erkennen.

9.3 LESEN UND LERNEN

- Informationsangebot zum Förderschwerpunkt *Geistige Entwicklung* im Projekt *Mathematik inklusiv mit PIKAS* unter *https://pikas-mi.dzlm.de/node/80*
- Leitideen inklusiven Mathematikunterrichts in diesem Heft (Kapitel 2-5) und unter *https://pikas-mi.dzlm.de/node/33*
- Anregungen zur differenzsensiblen Unterrichtsplanung und instruktive Unterrichtsbeispiele in diesem Heft (Kapitel 1) und unter *https://pikas-mi.dzlm.de/node/272*
- In einer Broschüre des Ministeriums für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen zu den sonderpädagogischen Förderschwerpunkten zwei Kapitel von Fornefeld (MSW 2016, S. 47-50) und Fischer (MSW 2016, S. 51-54)
- Ausführlich in der Fachliteratur: zum inklusiven Unterricht: Koch & Jungmann (2017) und Ratz (2011) sowie ausführlich zum Mathematikunterricht Schäfer (2020) und Schnepel (2020).

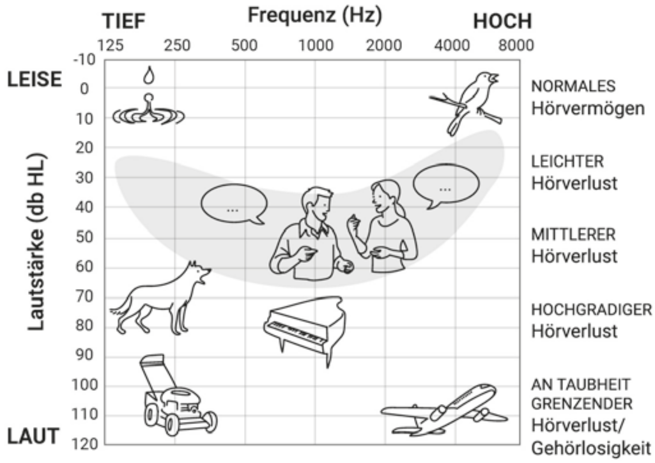
10 Förderschwerpunkt Hören und Kommunikation

• pikas-mi.dzlm.de/node/79

Laut Ausbildungsordnung Sonderpädagogische Förderung in NRW (AO-SF, § 7) besteht Bedarf an sonderpädagogischer Unterstützung im Förderschwerpunkt *Hören und Kommunikation*, wenn das schulische Lernen auf Grund von Gehörlosigkeit oder Schwerhörigkeit schwerwiegend beeinträchtigt ist. Gehörlosigkeit liegt vor, wenn lautsprachliche Informationen der Umwelt nicht über das Gehör aufgenommen werden können. Schwerhörigkeit liegt vor, wenn trotz apparativer Versorgung lautsprachliche Informationen der Umwelt nur begrenzt aufgenommen werden können und wenn erhebliche Beeinträchtigungen in der Entwicklung des Sprechens und der Sprache, im kommunikativen Verhalten oder im Lernverhalten auftreten bzw. wenn eine erhebliche Störung der zentralen Verarbeitung der Höreindrücke besteht. Im Jahr 2018 besuchten im Förderschwerpunkt Hören und Kommunikation bundesweit knapp 22.000 Lernende je zur Hälfte allgemeine oder Förderschulen, das waren etwa 4 % aller Lernenden mit Unterstützungsbedarf.

10.1 ERLEBEN UND VERHALTEN IN SCHULE UND UNTERRICHT

Eine Hörschädigung beeinträchtigt die sprachliche Kommunikation und erschwert den betroffenen Kindern den Schulalltag, insbesondere die Teilhabe am Unterricht. Art und Grad des Hörverlusts wirken sich auf das Hörvermögen und auf das Hörerleben unterschiedlich aus. Die folgende Abbildung stellt auf der x-Achse die Tonhöhe (Frequenz, gemessen in Hertz (Hz)) und auf der Y-Achse die Lautstärke (Schalldruck, gemessen in Dezibel (dB)) von Schallereignissen dar. Auf der rechten Seite werden fünf Grade von für Hörverlust typischen Schallereignissen zugeordnet. Während bei vollem Hörvermögen sogar das Tropfen eines Wasserhahns und das Zwitschern eines Vogels gehört werden kann, ist bei leichtem Hörverlust gesprochene Sprache noch gerade verständlich. Bei mittlerem Hörverlust werden laute und sehr hohe Frequenzen wahrgenommen, aber Sprache kann nicht mehr zusammenhängend wahrgenommen werden, bei hochgradigem oder sog. völligem Hörverlust werden nur extrem laute Schallereignisse wahrgenommen.



Hörverlust wirkt sich vor allem auf den Spracherwerb und die sprachliche Kommunikation aus. Manche Kinder nehmen Schallereignisse insgesamt gedämpft und somit leiser wahr, weil die Weiterleitung des Schalls im Mittelohr insgesamt geschwächt ist. Andere Kinder nehmen Schallereignisse verzerrt wahr, weil manche Frequenzen im Innenohr nicht in Nervensignale umgesetzt werden. Alle diese Kinder können die Lautsprache erwerben, falls sie durch gut angepasste Hörhilfen unterstützt werden, denn Umfang und Qualität des Spracherwerbs werden vom Hörverlust beeinflusst. Bei völligem Hörverlust (sog. Gehörlosigkeit) können zwar minimale Hörfähigkeiten gegeben sein, aber den Kindern sollte die Gebärdensprache als Kommunikationsmittel erschlossen werden. Falls es jedoch gelingt, Hörvermögen durch ein sog. Cochlear Implantat herzustellen, das auditive Signale aus dem Umfeld empfängt, verarbeitet und entsprechende elektronische Signale an den Hörnerv sendet, kann Lautsprache ebenfalls erfolgreich erworben werden.
Schon bei mittlerem Hörverlust werden – wie die Abbildung zeigt – viele für die gesprochene Sprache wichtige Laute nicht wahrgenommen oder nur eingeschränkt. Dies führt häufig zu Auffälligkeiten in der Artikulation, zu einem eingeschränkten Wortschatz, zu grammatisch korrekturbedürftigen Äußerungen und zu Problemen beim Verstehen von gehörten oder gelesenen sprachlichen Mitteilungen. Die Kinder müssen für das Verstehen und Produzieren gesprochener Sprache im Unterricht dauerhaft hohe Konzentration und umfassende Aufmerksamkeit aufbringen.

Sprachliche Auffälligkeiten werden von anderen Kindern nicht immer positiv aufgenommen und oft als kognitive Beeinträchtigungen missverstanden. Hörbeeinträchtigten Kindern droht deshalb mangelnde soziale Akzeptanz, zumal das eingeschränkte Hörvermögen die soziale Bindung und die emotionale Kommunikation erschwert; denn die emotionale Bewertung und die soziale Intention einer Mitteilung wird selten durch das, was gesagt wird, aber fast immer durch die Art und Weise, wie es gesagt wird, kommuniziert – in feinen Nuancen von Tonfall und Modulation, welche bei Hörbeeinträchtigungen nicht wahrzunehmen sind.

10.2 GESTALTUNG VON LERNUMGEBUNGEN IM MATHEMATIKUNTERRICHT

Für Kinder mit Förderbedarf *Hören* müssen im inklusiven Mathematikunterricht keine gänzlich neuen oder besonderen Lernumgebungen geschaffen werden, ein fachlich und fachdidaktisch fundierter Unterricht kommt diesen und allen Kindern zugute. Es empfehlen sich jedoch einige didaktische Akzentuierungen und einige organisatorische Voraussetzungen, um den Mathematikunterricht auch diesen Kindern zugänglich zu machen.

Der Lehrer sollte der Klasse zugewandt sprechen.

FM-Anlagen oder Mikroportanlagen erleichtern die Verständigung.

Hörgeräte verbessern das Verstehen.

Die **organisatorischen Maßnahmen** zielen auf die Sicherung der auditiven und visuellen Perzeption ab. Durch Bodenbeläge, Vorhänge, Akustikplatten und Raumteiler können im Klassenraum gute akustische Bedingungen geschaffen werden, die durch den Einsatz von Funkübertragungsanlagen und deren Koppelung an Hörgeräte sowie durch eine bewusst artikulierte und intonierte Sprache der Lehrkraft optimal genutzt werden können. Eine gute Ausleuchtung des Klassenraumes, eine geeignete Wahl des Sitzplatzes und eine Lehrkraft, die den Kindern zugewandt spricht und so das Ablesen vom Mund möglich macht, ermöglichen allen Kindern erfolgreiche Teilhabe am Unterricht. Bei Gehörlosigkeit empfiehlt sich der Einsatz von Gebärdensprache durch die Lehrkräfte oder durch Dolmetscher:innen.

Im Zentrum der **didaktischen Akzentuierungen** steht die Ermöglichung fachlichen Lernens durch die Sicherung der sprachlichen Kommunikation mittels einer klaren und verständlichen Lehrersprache, durch sprachliches Modellieren und durch eine bewusste sprachliche Gestaltung von Aufgaben und Arbeitsmaterialien (vgl. Kapitel 7). Für den Mathematikunterricht spezifisch ist die Möglichkeit, mathematische Inhalte auf verschiedenen Darstellungsebenen zu erarbeiten. Diese Möglichkeit muss bei Kindern mit Förderschwerpunkt *Hören* in besonderer Weise ausgeschöpft werden: Vor allem die inhaltlichen Verbindungen zwischen bildlichen, handelnden und schriftlich symbolischen Darstellungen müssen erarbeitet und immer wieder genutzt werden, weil dadurch das mathematische Lernen gefördert und die auditven Informationen durch visuelle und taktile Informationen mittels Realobjekten, Bildern, vereinfachenden Abbildungen und Symbolen unterstützt oder ersetzt werden.

10.3 LESEN UND LERNEN

- Informationsangebot zum Förderschwerpunkt *Hören und Kommunikation* im Projekt *Mathematik inklusiv mit PIKAS* unter *https://pikas-mi.dzlm.de/node/79.*
- Anregungen zur differenzsensiblen Unterrichtsplanung und instruktive Unterrichtsbeispiele: in dieser Handreichung (Kapitel 1) und unter *https://pikas-mi.dzlm.de/node/272*
- Hinweise zum fachlichen und sprachlichen Lernen und zu dessen aktiver Unterstützung durch Lehrersprache, Modellieren und Aufgabengestaltung im Mathematikunterricht: in dieser Handreichung (Kapitel 7) und unter *https://pikas-mi.dzlm.de/node/135*
- In einer Broschüre des Ministeriums für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen zu den sonderpädagogischen Förderschwerpunkten: ein Kapitel von Kaul und Leonhardt (MSW 2016, S. 9-19)
- Ausführlich in der Fachliteratur: Truckenbrodt & Leonhardt (2020) zum inklusiven Unterricht, Leonhardt (2019) zur Pädagogik bei Hörschädigungen.

11 Förderschwerpunkt Körperliche und Motorische Entwicklung

- *pikas-mi.dzlm.de/node/79*

Gemäß AO-SF besteht Bedarf an sonderpädagogischer Unterstützung im Förderschwerpunkt *Körperliche und motorische Entwicklung*, „[...] wenn das schulische Lernen dauerhaft und umfänglich beeinträchtigt ist auf Grund erheblicher Funktionsstörungen des Stütz- und Bewegungssystems, Schädigungen von Gehirn, Rückenmark, Muskulatur oder Knochengerüst, Fehlfunktion von Organen oder schwerwiegenden psychischen Belastungen infolge andersartigen Aussehens“ (AO-SF, § 6). Die betroffenen Schülerinnen und Schüler können einerseits zielgleich unterrichtet werden, d.h. nach den Richtlinien und Lehrplänen der allgemeinen Schule und dementsprechend auch die Schulabschlüsse der allgemeinen Schulen erreichen. Andererseits kann eine zieldifferente Beschulung stattfinden, wenn zusätzlich ein Unterstützungsbedarf in den Förderbereichen *Geistige Entwicklung* oder *Lernen* besteht. In solchen Fällen sind oft komplexe und existenzielle Probleme zu bewältigen, welche die interdisziplinäre Zusammenarbeit im Bereich medizinisch-therapeutischer, pflegerischer, psychologischer, sozialer und technischer Hilfen erfordert.
Im Jahr 2018 besuchten von knapp 38.000 Lernenden im Förderschwerpunkt *Körperliche und motorische Entwicklung* bundesweit etwa 37 % allgemeine Schulen und 63 % Förderschulen, das waren etwa 7 % aller Lernenden mit Unterstützungsbedarf.

11.1 ERLEBEN UND VERHALTEN IN SCHULE UND UNTERRICHT

Bei funktionalen Einschränkungen in der körperlichen und motorischen Entwicklung sollten aus pädagogischer Sicht die individuelle Persönlichkeit eines Kindes und seine soziale Situation in den Blick genommen werden. Einerseits können sich Funktionseinschränkungen bei den Lernenden unterschiedlich schwer und belastend auswirken und das schulische Lernen mehr oder weniger behindern. Andererseits können sich funktionale Bewegungseinschränkungen gravierend auf das alltägliche Leben eines Kindes auswirken, ohne dass sich besonderer Unterstützungsbedarf im Unterricht ergibt. Wenn ein Kind z. B. an den unteren Extremitäten querschnittsgelähmt ist, benötigt es zwar einen Rollstuhl und geeignete Sitzmöbel, wenn jedoch die Feinmotorik und die kognitive Entwicklung nicht beeinträchtigt sind, kann das Kind aktiv am Mathematikunterricht teilhaben, ohne dass die Lehrkraft besondere Vorkehrungen treffen müsste. Es ist folglich im Einzelfall sorgfältig zu prüfen, ob sich aus funktionalen Einschränkungen überhaupt Unterstützungsbedarf im Mathematikunterricht ergibt und wenn, wie genau dieser aussieht und wie dem entsprochen werden kann.

11.2 GESTALTUNG VON LERNUMGEBUNGEN IM MATHEMATIKUNTERRICHT

Allgemeine Unterstützungsangebote sind im Förderschwerpunkt *Körperliche und motorische Entwicklung* Grundlage für die Schaffung individuell angepasster Hilfen. Sie umfassen Fragen der Unterrichtsorganisation sowie Fragen der didaktischen und methodischen Planung und Gestaltung von Unterricht.
Unter die **organisatorischen Anpassungen** fallen vorsorgende Maßnahmen zur äußeren Gestaltung des Unterrichts wie ...

- die Bereitstellung von personeller Assistenz zur Unterstützung der Mobilität in Klassenraum und Schulgebäude,
- die barrierefrei zugängliche Einrichtung des Klassenraums und dessen passende Möblierung,
- die Ausstattung des Schülerarbeitsplatzes mit technischen Hilfsmitteln und geeigneten Lernmaterialien.

Unter die **didaktischen und methodischen Anpassungen** des Unterrichts fallen Maßnahmen zur inneren Gestaltung des Unterrichts wie ...

- die Vermittlung sprachlicher Informationen in einfacher Sprache für einige Lernende,
- die allen Lernenden zugängliche Gestaltung von Arbeitsmaterialien und
- die differenzierte und an einzelne Lernende angepasste Ausarbeitung von Aufgaben und Aufgabenvarianten.

Das übergreifende Ziel sollte sein, Lernumgebungen zu schaffen, die es allen Kindern ermöglichen, am gleichen Lerngegenstand und doch auf verschiedenen Anforderungsniveaus zu arbeiten und die zugleich geeignet sind, den positiven sozialen Zusammenhalt in der Lerngruppe und die sozia-

le Akzeptanz von Kindern mit Einschränkungen in der körperlichen und motorischen Entwicklung zu fördern.

Der Mathematikunterricht kann nicht nur die Entwicklung inhalts- und prozessbezogener Kompetenzen fördern, sondern auch lebenspraktische Handlungskompetenzen anregen und grundlegen, wenn er vier Akzente setzt, die allen Kindern beim Lernen helfen und die im Schwerpunkt *Körperliche und motorische Entwicklung* besonders wichtig sind:

- **Alltagsorientierung** kann den mangelnden Erfahrungen von bewegungsbeeinträchtigten Kindern entgegenwirken, die in ihrem explorativen Verhalten oft eingeschränkt sind. Wenn mathematische Fragestellungen und Aktivitäten einen realen Handlungshintergrund haben, können die Kinder mathematische Einsichten gewinnen und zugleich Handlungskompetenzen erwerben, die sie im Alltag einsetzen können.
- Die **Erarbeitung von Aufgaben und Lösungen in wechselnden Darstellungsformen** soll bei allen Lernenden sicherstellen, dass sie die Aufgaben verstehen und die Möglichkeit haben, Lösungen enaktiv durch Handlungen, ikonisch durch bildliche Vorstellungen und symbolisch durch sprachliche oder mathematische Ausdrücke zu erarbeiten. Der Wechsel von Darstellungsebenen sollte auch bei motorischen Schwierigkeiten bewusst genutzt werden, denn er kann helfen, erarbeitete Lösungen dauerhaft und abrufbar zu speichern sowie kognitive Begriffe und Operationen zu abstrahieren, die mit lebensbedeutsamen Kontexten verknüpft und mathematisch korrekt verstanden sind.
- Die kooperative **Erarbeitung von Aufgaben und Lösungen** kann dazu beitragen, dass alle Lernenden durch gemeinsames Denken und Tun und im kommunikativen Austausch miteinander zugleich fachlich und sozial lernen. Viele Kinder mit körperlichen und motorischen Beeinträchtigungen blicken auf relativ eingeschränkte soziale Erfahrungen zurück, ihre Akzeptanz unter Gleichaltrigen und ihre Integration in relevante soziale Gruppen innerhalb und außerhalb der Schule sind nicht selten gefährdet. Gemeinsames Lernen im Unterricht kann hier auch und gerade im Mathematikunterricht präventiv und ausgleichend eingesetzt werden, denn es verlangt den sozialen Austausch aus den Aufgabenstellungen heraus und trägt zugleich zu einer besseren Durchdringung der mathematischen Sachverhalte bei.

11.3 LESEN UND LERNEN

- Informationsangebot zum Förderschwerpunkt *Körperliche und motorische Entwicklung* im Projekt *Mathematik inklusiv mit PIKAS* unter *https://pikas-mi.dzlm.de/node/81*
- Leitideen inklusiven Mathematikunterrichts in diesem Heft (Kapitel 2-5) und unter *https://pikas-mi.dzlm.de/node/33*
- Anregungen zur differenzsensiblen Unterrichtsplanung und instruktive Unterrichtsbeispiele in diesem Heft (Kapitel 1) und unter *https://pikas-mi.dzlm.de/node/272*
- In einer Broschüre des Ministeriums für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen zu den sonderpädagogischen Förderschwerpunkten: zwei Kapitel von Boenisch (MSW 2016, S. 55-59) und Lelgemann (MSW 2016, S. 60-64)
- Ausführlich in der Fachliteratur: Bergeest & Boenisch (2019), Leyendecker (2005) oder Lelgemann (2010).

12 Förderschwerpunkt Sehen

• *pikas-mi.dzlm.de/node/83*

Laut AO-SF (§ 8 (1)) besteht Bedarf an sonderpädagogischer Unterstützung im Förderschwerpunkt *Sehen*, wenn das schulische Lernen auf Grund von Blindheit oder Sehbehinderung schwerwiegend beeinträchtigt ist. Blindheit und Sehbehinderung unterscheiden sich hinsichtlich der Auswirkungen auf das Individuum erheblich und erfordern unterschiedliche Maßnahmen der pädagogischen Unterstützung:

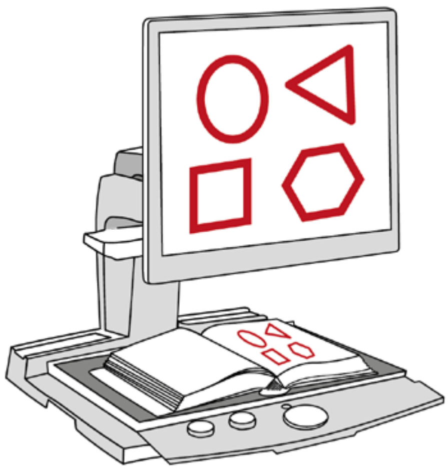
- **Blindheit** liegt vor, wenn das Sehvermögen so stark herabgesetzt ist, dass die Betroffenen auch nach optischer Korrektur ihrer Umwelt überwiegend nicht visuell begegnen (§ 8 (2)). Die Kinder nehmen Informationen aus der Umwelt insbesondere über das Gehör und den Tastsinn sowie über die Sinne der Haut, des Geruchs und des Geschmacks auf. Lernangebote sollten so gestaltet werden, dass das jeweilige Kind die kompensierenden Funktionen dieser Sinne optimal nutzen kann.
- Eine **Sehbehinderung** liegt vor, wenn auch nach optischer Korrektur Teilfunktionen des Sehens (Fern- oder Nahvisus, Gesichtsfeld, Kontrast, Farbe, Blendung, Bewegung) erheblich eingeschränkt sind oder wenn eine erhebliche Störung der zentralen Verarbeitung der Seheindrücke besteht (§ 8 (3)). Lernangebote sollten so gestaltet werden, dass das jeweilige Kind die ihm verfügbaren Sehfunktionen optimal nutzen kann.

Im Förderschwerpunkt *Sehen* führt der Unterricht zu den Abschlüssen der allgemeinen Schulen oder zu den Abschlüssen in den zieldifferenten Bildungsgängen *Lernen* oder *Geistige Entwicklung* (AO-SF 2016, § 24 (1)). Die Schulstatistik der Kultusministerkonferenz (KMK 2020) weist für das Jahr 2018 bundesweit eine Zahl von knapp 9.400 blinden und sehbehinderten Schülerinnen und Schülern aus, die je zur Hälfte eine allgemeine oder eine Förderschule besuchten, das waren knapp 2 % aller Kinder und Jugendlichen mit Unterstützungsbedarf.

12.1 ERLEBEN UND VERHALTEN IN SCHULE UND UNTERRICHT

Blindheit und Sehbeeinträchtigungen können sich auf unterschiedliche Entwicklungsbereiche auswirken, abhängig davon, ob sie von Geburt an vorhanden sind oder später erworben werden sowie davon, ob und welche Sehfähigkeiten gegeben sind.

- Damit blinde Schülerinnen und Schüler am Unterrichtsgeschehen teilhaben können, ist es in vielen Situationen notwendig, dass die Lehrkraft nonverbal ablaufende Handlungen verbalisiert und Bilder und Filme gezielt beschreibt. Bei Tafel- oder Whiteboardanschrieb sollte der Text laut ausgesprochen werden und das Aufrufen von Beiträgen mit Nennung der Namen erfolgen. Lehrkräfte und Mitschüler müssen ihr kommunikatives Verhalten im Unterricht anpassen, z.B. indem sie Gesten und ungenaue Ortsangaben („da drüben“) vermeiden.
- Damit sehbeeinträchtigte Schülerinnen und Schüler am Unterrichtsgeschehen teilhaben können, sollten für den Umgang mit dem Tafelbild oder mit Arbeitsblättern Hilfsmittel zur Vergrößerung verfügbar sein (Lesebrille, Leselupe, Fernglas, Tafelkamera, Bildschirmlesegerät mit Vergrößerungssoftware – vgl. Abbildung). Falls verfügbar, kann eine Schulbegleitung oder eine sonderpädagogische Lehrkraft unterstützen.

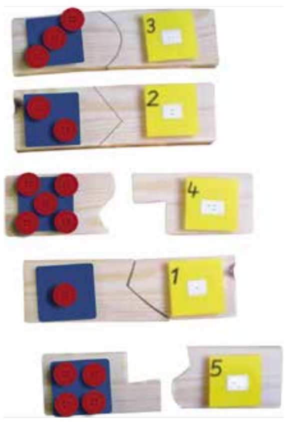


Methodisch empfiehlt sich in vielen Unterrichtsbereichen ein handlungsorientiertes Vorgehen; denn durch das eigene Handeln können Zusammenhänge, Funktionsprinzipien, Strukturen etc. konkret erfahren und „begriffen“ werden. Während sich sehende Kinder über visuelle Medien oder durch Beobachtungslernen viele Sacherfahrungen aneignen können, benötigen blinde Kinder in wesentlich stärkerem Maße eine unmittelbare Be-

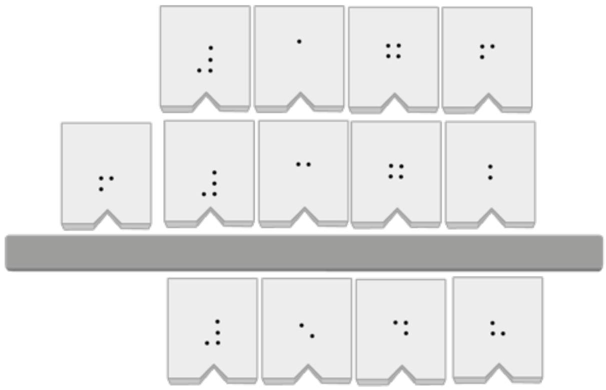
gegnung mit Realobjekten. Hierbei ist zu beachten, dass die Informationsaufnahme über das Tasten immer dann wesentlich aufwändiger ist und deutlich mehr Zeit benötigt als die visuelle Informationsaufnahme, wenn ein komplexer Gegenstand als Ganzheit erfasst werden soll – er kann nicht auf einen Blick erfasst, sondern muss schrittweise ertastet und dann im Kopf synthetisiert werden.
Bei der Gestaltung des Klassenzimmers sollte auf eine möglichst klar strukturierte und konstante Anordnung der Schülertische sowie auf gute Zugänglichkeit von Materialablagen oder Regalfächern geachtet werden. Das Kind benötigt einen Sitzplatz, der die soziale Interaktion mit anderen Kindern nicht beeinträchtigt.

12.2 GESTALTUNG VON LERNUMGEBUNGEN IM MATHEMATIKUNTERRICHT

Blinde oder sehbeeinträchtigte Kinder können grundsätzlich Mathematik auf gleichem Niveau lernen wie Kinder ohne Förderbedarf, falls der Unterricht und die Lehr- und Lernmaterialien adaptiert werden.



- Im Mathematikunterricht werden häufig visuelle Darstellungen verwendet. Diese müssen blinden Kindern verbal beschrieben oder in Reliefs vermittelt werden. Falls möglich, sollten die Kinder mit Material handeln können. Sehbeeinträchtigte Kinder profitieren wie alle Kinder von Material, sie benötigen darüber hinaus optische oder elektronische Sehhilfen oder vergrößerte Bilder mit gutem Kontrast bei guter Beleuchtung.
- Der Erwerb von Zahlvorstellungen wird bei Blindheit erschwert, weil sich das Zählen komplex und anspruchsvoll gestaltet. Das Kind kann strukturierte Mengen nicht simultan erfassen, es muss Mengen immer auszählen und die Zahlen im Kopf bilden. Es geht folglich ordinal vor und wird den Kardinalzahlaspekt und das Teile-Ganzes-Konzept später oder gar nicht erwerben.
- Die schriftlichen Rechenverfahren können bei Blindheit in Braille- und Mathematikschrift in stellengerechter Schreibweise durchgeführt werden (vgl. Abb.), aber ein beiläufiges Aufschreiben der Rechnung ist nicht möglich, weil man dazu eine Brailleschreibmaschine benötigt, immer von links nach rechts schreiben muss und Tippfehler nur durch erneutes Schreiben korrigieren kann. Halbschriftlichen Verfahren und dem Kopfrechnen kommen deshalb besondere Bedeutung zu.



- Der Inhaltsbereich Raum und Form kann genutzt werden, um die räumliche Orientierung in der Umwelt zu erleichtern, ein bei Kindern mit Förderbedarf *Sehen* besonders wichtiger Kompetenzbereich. Zugleich können an Material und Reliefs Taststrategien erworben und geübt werden.

12.3 LESEN UND LERNEN

- Informationsangebot zum Förderschwerpunkt *Sehen* im Projekt *Mathematik inklusiv mit PIKAS* unter *https://pikas-mi.dzlm.de/node/83*, zum Zählen und zum Teile-Ganzes-Konzept unter *https://primakom.dzlm.de/node/129*
- In einer Broschüre des Ministeriums für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen zu den sonderpädagogischen Förderschwerpunkten: zwei Kapitel von Degenhardt und Walthes über den Unterricht bei Blindheit (MSW 2016, S.71-74) und Sehbeeinträchtigung (MSW 2016, S.75-78)
- Ausführlich in der Fachliteratur: zum Mathematikunterricht Leuders (2016) oder Leuders & Lang (2021), zum inklusiven Unterricht Lang & Thiele (2020), zur Didaktik des Unterrichts Lang & Heyl (2020)

13 Zahlen darstellen und erkennen

• *pikas-mi.dzlm.de/node/45 und pikas-mi.dzlm.de/node/528*

Wie es gelingen kann, zentrale Themen für den Einsatz im inklusiven Mathematikunterricht aufzubereiten, soll anhand von vier Lernumgebungen exemplarisch erläutert werden. Konkret wird dargelegt, wie inklusive Lernsituationen ausgehend von einer gemeinsamen Aufgabenstellung (Basisaufgabe) durch die Bereitstellung entsprechender Reduktionen und Erweiterungen gestaltet werden können. Ergänzend werden Möglichkeiten individueller Unterstützung vorgestellt. Hierbei handelt es sich um mediale, organisatorische und soziale Hilfen, die über alle Bereiche einer inhaltlichen Differenzierung hinweg eingesetzt werden können.

BASISAUFGABE
gemeinsame Aufgabenstellung für alle Kinder

VERTIEFUNG
mögliche Teilaufgaben und vertiefende Aktivitäten

REDUKTION
Reduktion der inhaltlichen Anforderungen, Angebote für Kinder mit Unterstützungsbedarf

ERWEITERUNG
Erweiterung der inhaltlichen Anforderungen, Angebote für leistungsstarke Kinder

MÖGLICHKEITEN INDIVIDUELLER UNTERSTÜTZUNG
Mediale, organisatorische und soziale Unterstützungsmaßnahmen

Die Lernumgebungen sind geprägt durch Merkmale der natürlichen Differenzierung (vgl. Kap. 2) und ermöglichen sowohl einen gemeinsamen Einstieg als auch eine gemeinsame Reflexionsphase. Dabei ist die jeweilige Einstiegsschwelle so niedrig gehalten, dass alle Schülerinnen und Schüler erreicht und mathematisch aktiv werden können.

13.1 ZAHLEN DARSTELLEN UND ERKENNEN – IM ANFANGSUNTERRICHT

• *pikas-mi.dzlm.de/node/122*

Der Aufbau von vielfältigen und tragfähigen Zahlvorstellungen ist eine der wichtigsten Zielsetzungen des Mathematikunterrichts in der Grundschule. Insbesondere dem Anfangsunterricht kommt bei der Entwicklung von reichhaltigen Vorstellungen über Zahlen und deren Beziehungen zueinander entscheidende Bedeutung zu. Damit dieses gelingt, benötigen die Kinder verschiedene Teilkompetenzen. Beispielsweise müssen sie Einsichten in die vielfältige Verwendung von Zahlen gewinnen (z. B. ordinal beim Zählen von Objekten oder kardinal zur Beschreibung der Mächtigkeit von Mengen). Auf dieser Grundlage lernen sie bereits frühzeitig, Zahlen in Relation zu größeren und kleineren Zahlen sowie zu Nachbarzahlen zu deuten.
Von besonderer Bedeutung für den Aufbau eines Zahlverständnisses ist die Fähigkeit, Zahlen kardinal darzustellen und diese zugleich als Gesamtmenge und als Zusammensetzung unterschiedlicher Teilmengen zu erkennen. Denn die Einsicht in diese sog. Teil-Ganzes-Beziehungen bietet die Basis für ein nachhaltiges, dekadisch strukturiertes Verständnis, so dass auch größere Zahlen durch das Erkennen von Fünfern und Zehnern schnell erfasst werden können. Hierzu sind vorstrukturierte Materialien unerlässlich, die den Bezug zu den Anzahlen 5 und 10 verdeutlichen, wie beispielsweise das 10er- und das 20er-Feld samt Wendeplättchen, das 100er-Punktefeld, Fünfer- und Zehnerstreifen oder der Rechenrahmen (vgl. Schipper 2008; Scherer & Moser Opitz 2010).
Vor dem Einsatz von vorstrukturierten Materialien sollten alle Kinder die Gelegenheit erhalten, ausgiebig mit verschiedensten Anordnungen von Objekten zu arbeiten. So können sie Zahlen vielfältig darstellen und unterteilen sowie den Sinn von strukturierten Anordnungen kennen und nutzen lernen. Allerdings führt das Handeln mit Materialien nicht automatisch zum Aufbau von strukturierten Zahlvorstellungen. Es geht vielmehr darum, dass die Handlungen mathematisch durchdrungen und mit anderen Darstellungen verknüpft werden (Bilder, Symbole und Sprache).
Wie im Anfangsunterricht mit allen Kindern daran gearbeitet werden kann, Zahlen darzustellen und zu erkennen, wird im Folgenden beispielhaft an der Lernumgebung „Muster legen“ aufgezeigt.

Lernumgebung „Muster legen"

Die leitende Basisaufgabe dieser Lernumgebung zielt darauf ab, dass alle Kinder Gelegenheiten erhalten, Zahlen strukturiert darzustellen und zu erfassen. Mit einer kleinen Anzahl an Wendeplättchen sollen die Kinder verschiedene Muster legen, diese dokumentieren und näher beschreiben („Immer 7 Plättchen. Lege verschiedene Muster.“). Im Folgenden wird diese Basisaufgabe vorgestellt und im Anschluss daran werden ausgewählte Aufgabenadaptionen näher erläutert, die die inhaltlich konsistenten Möglichkeiten der Vertiefung, der Reduktion, der Erweiterung sowie der individuellen Unterstützung ansprechen.

BASISAUFGABE
„Immer 7 Plättchen. Lege verschiedene Muster."

VERTIEFUNG
• Muster dokumentieren
• Muster sortieren

REDUKTION
• Muster nachlegen
• Muster ergänzen

ERWEITERUNG
• Anzahl der Plättchen erhöhen
• Muster verändern, Kombinationsmöglichkeiten finden

MÖGLICHKEITEN INDIVIDUELLER UNTERSTÜTZUNG
Wendesteine verwenden, Stempel nutzen, Sprachmuster verwenden - einen Wortspeicher anlegen

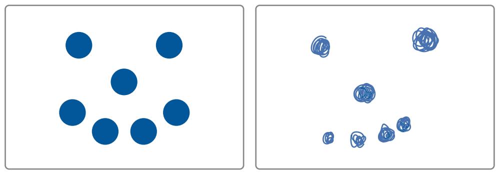
Eine vollständige Übersicht der Lernumgebung sowie weitere Anregungen finden sich unter: *https://pikas-mi.dzlm.de/node/629*.

BASISAUFGABE UND VERTIEFUNG

Mit allen Kindern wird in der Einstiegsphase die Basisaufgabe gemeinsam besprochen:
Die Kinder sollen - möglichst auf einer Unterlage - mit sieben Plättchen verschiedene einfarbige Muster legen. Arbeiten zwei Kinder gemeinsam, wechseln sie sich beim Legen ab. Nach dem Legen jedes Musters sollen die Kinder dieses dokumentieren.
Durch die gemeinsame Aufgabenstellung und die vertiefenden Aktivitäten wird es allen Kindern ermöglicht, unterschiedliche Kompetenzen zu erweitern und zu entwickeln: Sie stellen (1) Anzahlen kardinal dar; dabei haben sie (2) die Gelegenheit, Strukturen wahrzunehmen und hervorzuheben, (3) Beziehungen zwischen Teilmengen zu erfassen und zu beschreiben sowie (4) verschiedene Darstellungen zu vergleichen.

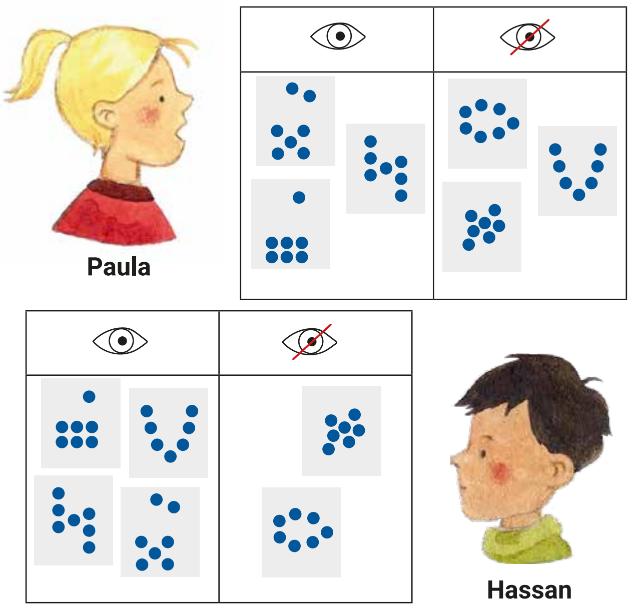
Muster dokumentieren

Während des Legens oder im Anschluss daran dokumentieren die Kinder ihre Muster, indem sie diese beispielsweise abzeichnen (oder stempeln oder Klebepunkte aufkleben). Hierdurch werden die Lernenden herausgefordert, sich noch einmal aktiv mit dem Muster auseinanderzusetzen und mögliche Strukturierungen der Plättchenanordnung in den Blick zu nehmen. Alternativ oder in einem zweiten Schritt können sie auch dazu angeregt werden, gelegte Muster aus dem Gedächtnis zu zeichnen. Die Bilder können abschließend in einer gemeinsamen Reflexionsphase gesammelt, präsentiert, gewürdigt und diskutiert werden.



Muster sortieren

Vertiefend können auch selbst gezeichnete oder von der Lehrkraft vorgegebene Muster mit sieben Plättchen von den Kindern sortiert werden. Dabei geht es um die Frage, bei welchen Mustern die Anzahl der Plättchen schnell wahrgenommen bzw. bestimmt werden kann.



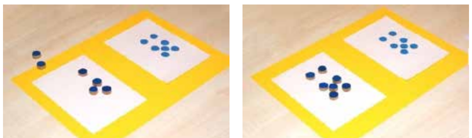
Da sich die individuellen Sortierungen unterscheiden können, bieten sie eine gute Gesprächsgrundlage für eine sich anschließende Reflexion. Wichtig ist hier, die Zuordnungen der Muster von den Kindern begründen zu lassen:

"Bei welchem Muster kannst du schnell erkennen, dass es sieben Plättchen sind? Erkläre mal!"
"Du hast gesagt, dass man bei diesem Muster (nicht) schnell erkennen kann, wie viele Plättchen es sind. Warum meinst du das?"

REDUKTION

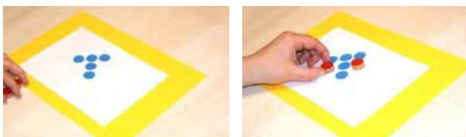
Aufgrund ihrer Lernvoraussetzungen bearbeiten einzelne Kinder differenzsensible Reduzierungen der Basisaufgabe. Die Auswahl geeigneter Reduktionen eröffnet die Möglichkeit, die Entwicklung von individuell bedeutsamen Kompetenzen zu unterstützen, ohne dabei den Bezug zu den Zielen der Basisaufgabe zu verlieren. Somit wird parallel zur Basisaufgabe die Entwicklung individueller Kompetenzen unterstützt, die für das erfolgreiche Mathematiklernen des jeweiligen Kindes von grundlegender Bedeutung sind.
Die im Folgenden vorgestellten Reduktionen bieten den Kindern beispielsweise die Gelegenheit, (1) das planvolle und strukturierte Zuordnen von einzelnen Objekten zu üben, (2) räumliche Beziehungen zu erfassen, (3) Eins-zu-Eins-Zuordnungen herzustellen und (4) Mengen zu vergleichen.

Muster nachlegen



Eine Möglichkeit, die inhaltlichen Anforderungen bei der Dokumentation der Muster zu reduzieren und zugleich das Dokumentieren gezielt zu üben, besteht darin, ein Muster zunächst nachzulegen. Diese Reduktion bietet sich insbesondere bei denjenigen Kindern an, die noch Schwierigkeiten haben, auch kleinere Mengen von Elementen korrekt abzuzählen, oder denen es noch nicht in ausreichendem Maße gelingt, räumliche Beziehungen (z. B. rechts – links, vorne – hinten) zu erfassen.

Muster ergänzen



Vorgegeben wird ein Muster, das aus einer kleineren Anzahl an Plättchen besteht. Die Lernenden ergänzen dann das Muster um einzelne Plättchen, bis sie insgesamt sieben Plättchen gelegt haben.
Ein Schwerpunkt sollte hierbei auf diejenigen Darstellungen gelegt werden, die den Bezug zur Zahl 5 betonen. Denn neben den einfachsten Beziehungen (eins mehr - eins weniger) ist es insbesondere für Kinder mit Lernschwierigkeiten wichtig, „die Beziehung aller anderen Zahlen bis neun zu den Zahlen fünf und zehn zu erarbeiten [...]. Das Verstehen und Automatisieren alleine dieser wenigen Zahlbeziehungen ermöglicht Kindern bereits, eine Vielzahl von Grundaufgaben zu lösen, ohne zählen zu müssen“ (Gaidoschik 2009, S. 40).

ERWEITERUNG

Leistungsstarke Kinder können durch eine Erweiterung der inhaltlichen Anforderungen gefordert und gefördert werden. Auch die hier vorgestellten Erweiterungen beziehen sich inhaltlich auf die Basisaufgabe, so dass auch die leistungsstarken Kinder bei einer gemeinsamen Reflexion aus ihrer Arbeitsphase berichten können. Kompetenzen, die hier zusätzlich erworben werden können, sind zum Beispiel (1) das Erfinden und Nutzen von Strukturen zur Ordnung größerer Mengen, (2) erste Einsichten in kombinatorische Grundmuster und (3) das Dokumentieren in der schriftlich-symbolischen Darstellungsform.

Anzahl der Plättchen erhöhen

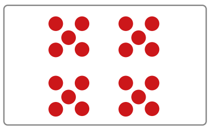
Eine Möglichkeit, die inhaltlichen Anforderungen zu erweitern, besteht in der Erhöhung der Anzahl der Plättchen, die den Kindern zur Verfügung gestellt werden. Die eigentliche Herausforderung besteht in der Vorgabe, Muster zu legen, die das schnelle Erfassen der Plättchen unterstützen.

**„Lege Muster mit 20 (15, 10, ...) Plättchen.
Lege so, dass andere Kinder schnell erkennen können, wie viele Plättchen es sind.“**

Zusätzlich können die Kinder Additionsaufgaben notieren, durch die verschiedene Strukturierungsmöglichkeiten abgebildet werden.

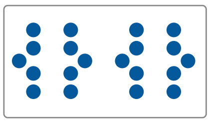
„Schreibe passende Plusaufgaben auf.“

Leyla



5+5+5+5=20
4+4+4+4+4=20
10+10=20

Luis

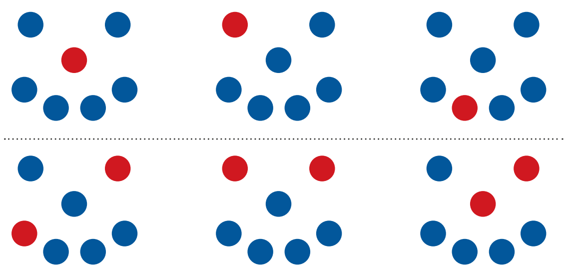


5+5+5+5=20
4+4+4+4+2+2=20
3+3+3+3+4+4=20

Muster verändern – Kombinationsmöglichkeiten finden

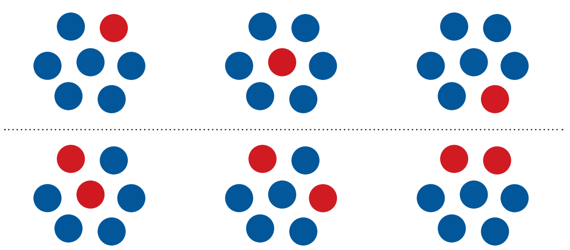
Zunächst legen die Kinder mit sieben Plättchen verschiedene einfarbige Muster. Anschließend wird – ausgehend von *einem* dieser Muster – die Frage nach möglichen Kombinationsmöglichkeiten dieses Musters gestellt (vgl. Häsel-Weide u.a. 2013):

"1 (2) Plättchen soll(en) rot sein. Finde viele verschiedene Möglichkeiten! Wie kannst du alle Möglichkeiten finden? Woher weißt du, dass du alle Muster gefunden hast?"



Interessant ist in diesem Zusammenhang auch die Beschäftigung mit drehsymmetrischen Mustern. Hier bietet es sich an, die gefundenen Muster sortieren und vergleichen zu lassen, ggf. unter Nutzung einer Vorlage, damit die Drehsymmetrie gewahrt bleiben kann.

„Welche Muster sind gleich? Begründe!“



MÖGLICHKEITEN INDIVIDUELLER UNTERSTÜTZUNG

Wendesteine verwenden

Zum Legen der Muster können statt Wendeplättchen auch "Wendesteine" aus Holz und Unterlagen (z.B. aus Filz) verwendet werden. Vor allem Kinder mit motorischen Schwierigkeiten können auf diese Weise unterstützt werden.

Stempel nutzen

Zur Dokumentation der Muster kann ein Stempel verwendet werden. Diese lassen sich aus Moosgummi, einem Flaschenkorken und doppelseitigem Klebeband herstellen.

Sprachmuster verwenden

Werden die Kinder bei der Arbeit durch eine Lehrkraft unterstützt, kann von ihnen ein handlungsbegleitendes Sprechen eingefordert werden. Alternativ gibt das Kind Anweisungen für das Legen der Plättchen und die Lehrkraft führt die Handlungen aus. Dabei sollte auf bereits bekannte Begriffe (Raumlage: oben, unten, links, rechts, Mitte) zurückgegriffen und auf eine sachgerechte Verwendung der Begriffe geachtet werden.

13.2 ZAHLEN DARSTELLEN UND ERKENNEN - IN KLASSE 3 UND 4

- *pikas-mi.dzlm.de/node/529*

Während es im Zahlenraum bis 100 oder auch bis 1.000 für viele Lernende noch möglich ist, konkrete Vorstellungen zu den Zahlen zu entwickeln, werden bei größeren Zahlen indirekte Vorstellungen immer wichtiger, bei denen sich die Deutung großer Zahlen auf der Grundlage ihrer Beziehung zu kleineren und leichter handhabbaren Zahlen vollzieht.
Die Entwicklung tragfähiger Zahlvorstellungen im erweiterten Zahlenraum basiert auf verschiedenen Kompetenzen. Eine wichtige Grundlage bildet das Verständnis der Prinzipien unseres Stellenwertsystems, des Dezimalsystems:

Prinzip der fortgesetzten Bündelung:

- Die Idee des fortgesetzten Bündelns beinhaltet die Bündelung von bestehenden "Bündeln", d.h. von bereits gebündelten Elementen.
- In allen Bündeln ist immer die gleiche Anzahl von Elementen enthalten (im Dezimalsystem immer 10).

Stellenwertprinzip:

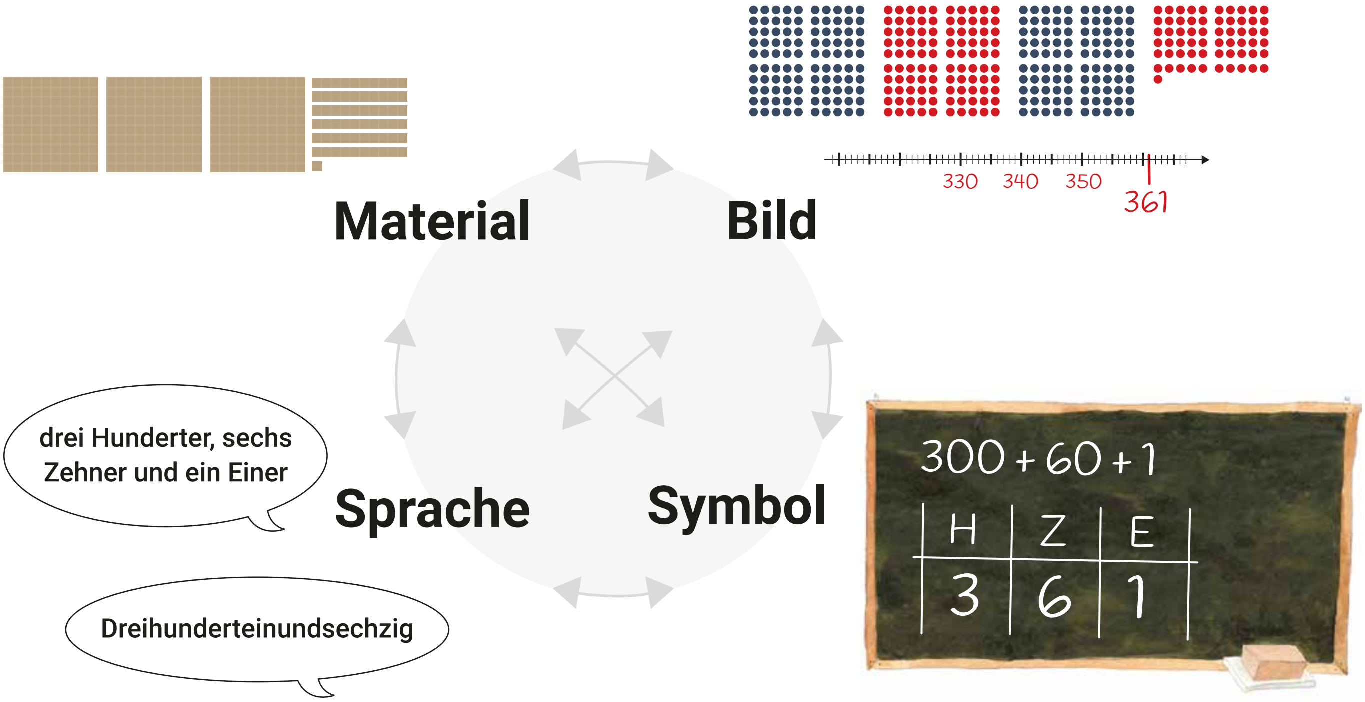
3465
↓
Anzahl der Bündel: 6
Stellenwert: Zehner

- In einer Ziffernfolge vermittelt jede Ziffer zwei Informationen: die *Anzahl der Bündel* und den *Wert der zugehörigen Stelle.*

Wie im mathematischen Anfangsunterricht müssen die Kinder auch in größeren Zahlräumen verstehen, dass Zahlen unterschiedlich dargestellt werden können: mit Material, als Bild, symbolisch oder sprachlich.
Wichtig ist hierbei, dass die Kinder immer wieder zwischen den Darstellungen einer Zahl wechseln

und deren Zusammenhänge begründen. Denn neben dem Verständnis der Prinzipien unseres Stellenwertsystems gilt die Fähigkeit, Zahlen auf verschiedene Weise darstellen und zwischen Zahldarstellungen flexibel wechseln zu können, als weiteres zentrales Merkmal tragfähiger Zahlvorstellungen (vgl. Kuhnke 2013).

Eine vollständige Übersicht der Lernumgebung sowie weitere Anregungen finden sich unter:
• *https://pikas-mi.dzlm.de/node/636*



Lernumgebung „Zahlen darstellen"

Eine Anregung, wie Kinder bei der Entwicklung tragfähiger Zahlvorstellungen unterstützt werden können, bietet die Lernumgebung "Zahlen darstellen und dokumentieren“, wobei der Schwerpunkt auf der Übersetzung von Zahlbildern in andere Darstellungsformen liegt.
Im Anschluss an die Basisaufgabe werden ausgewählte Aufgabenadaptionen näher erläutert.

BASISAUFGABE
„Lege mit Material."

VERTIEFUNG
• Zahldarstellungen dokumentieren
• Zahldarstellungen benennen
• Zahldarstellungen verknüpfen

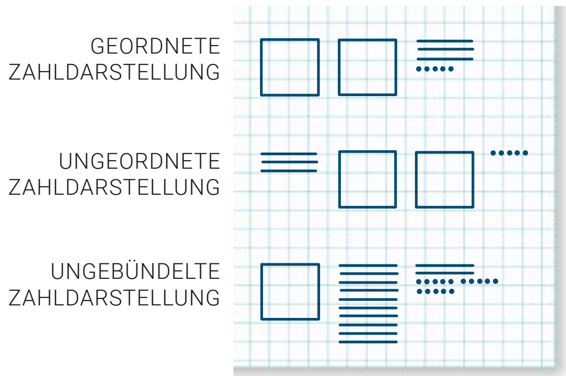
REDUKTION
• im kleineren Zahlenraum arbeiten
• Legematerial ordnen
• Paare finden

ERWEITERUNG
• Anzahl der Plättchen erhöhen
• Muster verändern, Kombinationsmöglichkeiten finden

MÖGLICHKEITEN INDIVIDUELLER UNTERSTÜTZUNG
eine Sortierunterlage verwenden, Stempel nutzen, Sprachmuster verwenden - einen Wortspeicher anlegen

BASISAUFGABE UND VERTIEFUNG

Im Rahmen der Lernumgebung erhalten alle Kinder Gelegenheit, verschiedene Zahldarstellungen (nach Stellenwerten geordnet und ungeordnet, gebündelt und ungebündelt) zu erkunden und in andere Darstellungsformen zu übertragen.



Im Kern geht es darum, vorgegebene Zahlbilder zu interpretieren, mit Material nachzulegen und dann die entsprechenden Zahlen auch symbolisch zu notieren und zu benennen.

Als Material können hier zum Beispiel Zehnersystem-Material (Dienes-Material) oder Hunderterpunktefelder, Zehnerstreifen und Wendeplättchen genutzt werden. Durch die leitende gemeinsame Aufgabenstellung („Lege mit Material und dokumentiere.“) und die vertiefenden Aktivitäten wird es allen Kindern ermöglicht, folgende Kompetenzen zu erweitern und zu entwickeln: Die Kinder (1) deuten Zahlbilder, (2) übersetzen diese in andere Zahldarstellungen und verknüpfen diese, (3) ordnen Materialien nach Stellenwerten und (4) bündeln diese passend. In einer gemeinsamen Reflexionsphase können sich die Kinder über verschiedene Möglichkeiten der Dokumentation austauschen („Welche Möglichkeiten haben wir, die Zahlbilder anders darzustellen?“)
Die Auseinandersetzung mit noch nicht gebündelten sowie auch ungeordneten Darstellungen ist dabei für alle Lernenden besonders bedeutsam, um tragfähige Zahlvorstellungen zu entwickeln. Werden den Kindern Zahldarstellungen immer nur in bereits geordneter Reihenfolge und passend gebündelt angeboten, ist ein Nachdenken über die Notation von Zahlen und die Abfolge der Stellenwerte in einer Zahl unnötig. Doch gerade diese Überlegungen dürfen den Kindern nicht vorenthalten werden.

Zahldarstellunge schriftlich dokumentieren

Nach dem Legen der Zahldarstellungen wird die dargestellte Zahl auf der Grundlage der Bündelungseinheiten geordnet notiert (z.B. 2 Hunderter, 3 Zehner, 1 Einer oder 2 H 3 Z 1 E oder 200 + 30 + 1 oder direkt in der konventionellen Schreibweise 231).

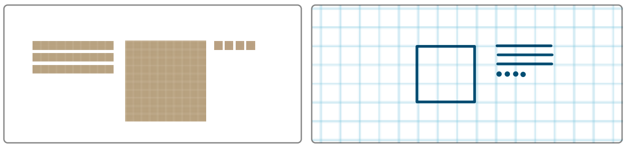
Zahldarstellungen benennen

Vorteilhaft im Rahmen dieser Lernumgebung ist das Arbeiten mit einem Partner oder einer Partnerin, denn dadurch kann die sprachliche Begleitung der vorgenommenen Handlungen und das Benennen und Beschreiben der Zahldarstellungen angeregt werden. Dabei kann es insbesondere für Kinder mit Lernschwierigkeiten hilfreich sein, unter Rückgriff auf die jeweiligen Bündelungseinheiten konsequent von Hundertern, Zehnern und Einern zu sprechen (z. B. 365 – drei Hunderter, sechs Zehner und fünf Einer; vgl. Gaidoschik 2015b). Denkbar sind in diesem Zusammenhang auch digitale Sprachaufnahmen, die die Kinder im Rahmen der gemeinsamen Reflexion vorspielen können – um den Darstellungswechsel von der handelnden zur sprachlich-symbolischen Ebene (und zurück) besonders hervorzuheben.

Zahldarstellungen verknüpfen

Die Kinder erhalten Karten mit verschiedenen Zahldarstellungen und ordnen passende Darstellungen einander zu. Variiert werden können sowohl die Art als auch die Anzahl der Darstellungen, die den Kindern zur Verfügung gestellt werden.

QUARTETT - WAS PASST ZUSAMMEN?



1 Hunderter 3 Zehner 4 Einer	3 Z 1 H 4 E

Diese vertiefende Aktivität bietet eine gute Gesprächsgrundlage für eine sich anschließende Reflexion. Dabei können Zuordnungen einfach vorgestellt, aber auch begründet werden, zum Beispie.:

> **"Die Karten passen zueinander. Auf der einen Karte sind eine Hundertertafel, drei Zehnerstangen und vier Einerwürfel. Auf der anderen Karte steht: 1 Hunderter, 3 Zehner, 4 Einer."**

REDUKTION

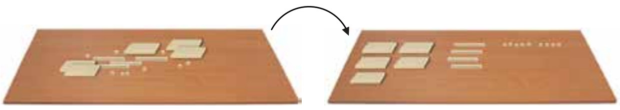
Ausgehend von den jeweiligen Lernvoraussetzungen bearbeiten einzelne Kinder differenzsensible Reduzierungen der Basisaufgabe. Dabei eröffnet die Auswahl von geeigneten Reduktionen die Möglichkeit, die Entwicklung von individuell bedeutsamen Kompetenzen zu unterstützen, d. h. von Kompetenzen, die für das erfolgreiche Mathematiklernen des jeweiligen Kindes von grundlegender Bedeutung sind. Die im Folgenden vorgestellten Reduktionen bieten den Kindern beispielsweise die Gelegenheit, (1) Zahlvorstellungen im Zahlenraum bis 100 aufzubauen und zu sichern, (2) Zusammenhänge zwischen ausgewählten Zahldarstellungen zu erkennen und (3) das Sortieren, Ordnen und Klassifizieren von Objekten zu üben.

Im kleineren Zahlenraum arbeiten

Analog zur Basisaufgabe erhalten die Kinder verschiedene Zahlbilder und sollen diese – wie oben beschrieben – in andere Darstellungen übersetzen. Die Zahldarstellungen sind allerdings beschränkt auf den Zahlenraum bis 99. Je nach Lernausgangslage kann hier zudem der Darstellungswechsel nur auf das Nachlegen mit dem Material beschränkt werden.

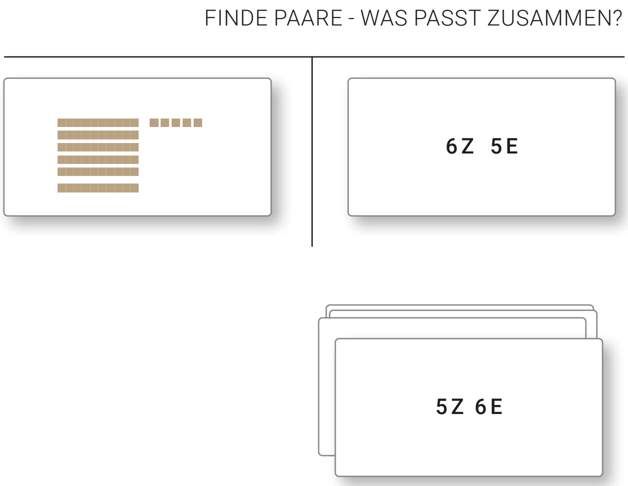
Legematerial ordnen

Die Kinder erhalten mehrere Hunderterplatten, Zehnerstangen und Einerwürfel (unsortiert). Die Aufgabenstellung besteht darin, das Material zu sortieren und zu ordnen.



Paare finden

Während die Kinder bei der analogen, vertiefenden Aufgabenstellung verschiedene Darstellungen erhalten, geht es bei der Aufgabenstellung im Bereich Reduktion um die Zuordnung von jeweils zwei Zahldarstellungen. Die Auswahl der Darstellungen ist abhängig von den individuellen Lernvoraussetzungen der Kinder. Für einige Kinder kann es sinnvoll sein, den Fokus auf die Zuordnung von ungeordneten und geordneten Zahldarstellungen zu legen.



ERWEITERUNG

Durch eine Erweiterung der inhaltlichen Anforderungen können auch leistungsstarke Kinder so gefördert werden, dass sie aufgrund der inhaltlichen Nähe der Erweiterungsaufgaben zur Basisaufgabe zur gemeinsamen Reflexion beitragen können. Die Schülerinnen und Schüler können hier zum Beispiel lernen, (1) geordnet und planvoll vorzugehen (bei fortgesetzten Bündelungen auf symbolischer Ebene), (2) komplexe Zusammenhänge zwischen verschiedenen Darstellungsformen zu verbalisieren, (3) systematische Veränderungen zu dokumentieren und (4) deren Wirkung vorherzusagen.

Komplexe Zahldarstellungen vorgeben

Eine Möglichkeit, leistungsstarke Kinder herauszufordern, besteht in der Vorgabe von komplexen, unkonventionellen, symbolischen Zahldarstellungen, die in die entsprechend geordneten und gebündelten Zahldarstellungen überführt werden sollen. Wichtig hierbei ist, dass die Kinder nicht ausschließlich auf der symbolischen Ebene verharren, sondern dass sie einen Darstellungswechsel vollziehen. Herausfordernd ist dann die Versprachlichung des Zusammenhangs zwischen der vorgegebenen symbolischen Darstellung (links im Bild) und der Materialdarstellung (rechts im Bild).

Zahldarstellungen systematisch verändern

Die Kinder erhalten den Arbeitsauftrag, die gelegte Zahldarstellung systematisch zu verändern (z. B.

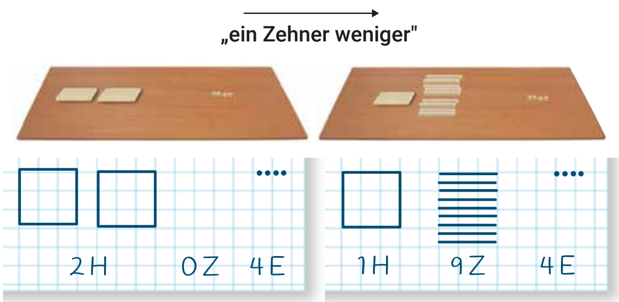
„Immer 1 Zehner (1 H, 1 E) weniger (mehr)“).

Die Veränderungen in der Zahldarstellung werden dann jeweils dokumentiert. Die Frage nach „immer 1 E (1 Z) weniger“ fordert dann die Beschäftigung mit der (fortgesetzten) Entbündelung und der Beantwortung der Frage:

„Was passiert eigentlich, wenn ich von einem Hunderter einen Einer wegnehme? Was passiert mit den Zehnern? Was mit den Einern?“.

Eine weitere vertiefende Aufgabenstellung kann hier sein:

„Wie oft musst du einen Zehner entfernen, bis du gar keine Hunderter mehr hast?“



MÖGLICHKEITEN INDIVIDUELLER UNTERSTÜTZUNG

Eine Sortierunterlage verwenden

Insbesondere bei Kindern mit Wahrnehmungsschwierigkeiten bietet es sich an, eine in Abschnitte geteilte Sortierunterlage zu verwenden. Hierdurch kann das geordnete Legen der Materialien unterstützt werden.
Sind auf der Sortierunterlage zusätzlich Abbildungen der Hunderterplatte, der Zehnerstangen und der Einerwürfel vorhanden, bietet sie auch eine inhaltliche Unterstützung beim Sortieren des Legematerials nach Stellenwerten.

Stempel nutzen

Zur Dokumentation von Zahldarstellungen können Kinder Stempel nutzen. Diese können im Handel käuflich erworben oder aus Moosgummi selbst hergestellt werden. Damit auch der Strich für den Zehner und der Punkt für den Einer gut sichtbar und die Stempel für die Kinder handhabbar sind, dürfen diese nicht zu klein sein. Zudem sollte auf die Größenverhältnisse der Hunderter, Zehner und Einer geachtet werden. Auch eine Dokumentation der Zahldarstellungen am Computer ist denkbar.

Sprachmuster verwenden

Um die Zahldarstellungen versprachlichen zu können, sollten alle Kinder über zentrale Begriffe und Redemittel verfügen. Gemeinsam mit den Kindern können Sprachmuster festgelegt und zentrale Begriffe erarbeitet werden (Anlegen eines Wortspeichers). Einige Kinder benötigen allerdings noch zusätzliche Unterstützung im Bereich Sprache. Ausgehend von dem tatsächlichen Wortschatz des Lernenden können beispielsweise gezielt bedeutsame Sprachmuster und zentrale Begriffe erarbeitet werden. Der mit der Lerngruppe erstellte Wortspeicher sollte für das einzelne Kind entsprechend modifiziert und angepasst werden.

Grundlegende Begriffe und mögliche Sprachmuster eines gemeinsamen Wortspeichers:
der Hunderter, der Zehner, der Einer, die Hunderterplatte, die Zehnerstange, die Einerwürfel, die Stelle, der Stellenwert,
Lege ___ Hunderter, ___Zehner und ___Einer,
einen Zehner (Hunderter, Einer) weniger, einen Zehner (Hunderter, Einer) mehr,
Auf der Karte sind ___Hundertertafeln, ___Zehnerstangen, ___Einerwürfel abgebildet, ...

Weitere Anregungen und Hinweise zur besonderen Unterstützung im Bereich Sprache finden sich unter:
• *https://pikas-mi.dzlm.de/node/135*

14 Operationen verstehen

• *pikas-mi.dzlm.de/node/586*

14.1 MULTIPLIKATIVE VORSTELLUNGEN ENTWICKELN UND NUTZEN

• *pikas-mi.dzlm.de/node/589*

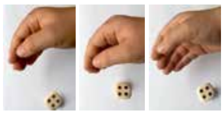
Neben dem Aufbau von Zahlvorstellungen gilt der Aufbau eines flexiblen und tragfähigen Operationsverständnisses als einer der zentralen arithmetischen Lerngegenstände im Mathematikunterricht der Primarstufe. Die folgenden Merkmale sind kennzeichnend für den Aufbau eines tragfähigen Operationsverständnisses:

- über (Grund-) Vorstellungen zu Grundsituationen der Rechenoperationen verfügen,
- Rechenoperationen darstellen und zwischen verschiedenen Darstellungen von Rechenoperationen wechseln können,
- Beziehungen und Strukturen zwischen Aufgaben und zwischen verschiedenen Rechenoperationen erkennen und nutzen können.

In Bezug auf die Rechenoperationen Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division können verschiedene Grundsituationen unterschieden werden, die jeweils zentrale Grundvorstellungen repräsentieren und die für die Kinder inhaltlich sinnstiftend sein können. Diese Grundsituationen begegnen den Kindern in Bildern, Rechengeschichten, Sachsituationen oder Handlungen.

Indem die Kinder immer wieder angeregt werden, sich gedanklich und handelnd mit den Darstellungen der Rechenoperationen (und den zu Grunde liegenden Grundsituationen) auseinanderzusetzen, kann der Aufbau von flexibel nutzbaren Vorstellungen zu den verschiedenen Operationen unterstützt werden. Die folgenden Überlegungen konzentrieren sich auf die Multiplikation (für die anderen Operationen vgl. z.B. *kira.dzlm.de/node/800*).

Die Operation der Multiplikation ist im Kern durch zwei fundamentale Grundsituationen geprägt: das zeitlich-sukzessive wiederholte Hinzufügen und das räumlich-simultane Zusammenfassen gleichmächtiger Mengen. Häufig können diese beiden Grundsituationen direkt zueinander in Beziehung gesetzt werden (siehe Tabelle oben rechts).

Aufgabe	**3 · 4 = 12**	
GRUND-SITUATION	Wiederholtes Hinzufügen gleichmächtiger Mengen	Zusammenfassen gleichmächtiger Mengen
RECHEN-GESCHICHTE	Ahmet würfelt dreimal hintereinander immer eine 4. Wie viele Punkte sind das insgesamt?	Wilma würfelt gleichzeitig mit drei Würfeln, und alle zeigen eine 4. Wie viele Punkte sind das insgesamt?
HANDLUNG/ BILD	 1. / 2. / 3. Wurf	 ein Wurf

Lernumgebung „Pasch würfeln"

Die gemeinsame Basisaufgabe der Lernumgebung „Pasch würfeln" thematisiert ein Würfelspiel, bei dem die Schülerinnen und Schüler die Gelegenheit bekommen, gleichmächtige Mengen zusammenzufassen und multiplikativ zu deuten. Im Folgenden wird die Basisaufgabe beschrieben und es werden vertiefende Arbeitsaufträge vorgestellt. Auf dieser Grundlage werden verschiedene Aufgabenadaptionen zur Reduktion bzw. Erweiterung sowie Möglichkeiten der individuellen Unterstützung dargestellt.

BASISAUFGABE
„Wer würfelt den höchsten Pasch?"

VERTIEFUNG
- Würfe beschreiben & dokumentieren
- Darstellungen sortieren & zuordnen

REDUKTION
- mit Sonderwürfeln spielen
- Würfe sortieren und nachlegen
- Paare finden

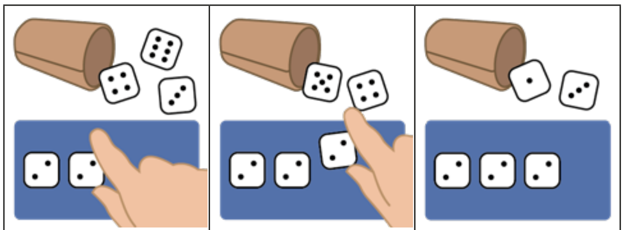
ERWEITERUNG
- mit Sonderwürfeln spielen
- Anzahl der Würfe ermitteln

MÖGLICHKEITEN INDIVIDUELLER UNTERSTÜTZUNG
einen vergrößerten Spielplan und Stempel nutzen, Sprachmuster verwenden - einen Wortspeicher anlegen

BASISAUFGABE UND VERTIEFUNG

Das Würfelspiel „Wer würfelt den höchsten Pasch?“ wird zu zweit gespielt, jedes Kinderpaar bekommt fünf Würfel. Das Ziel des Spieles ist es, jeweils möglichst viele Würfel mit derselben Augenzahl zu sammeln.

Spielregel: Die Kinder sind abwechselnd an der Reihe. In jeder Runde dürfen sie bis zu dreimal würfeln. Beim ersten Wurf werden immer alle 5 Würfel genutzt. Beim 2. und 3. Wurf darf das Kind entscheiden, mit welchen und mit wie vielen Würfeln es weiter würfeln möchte. Das Ziel ist hier, möglichst viele Würfel mit derselben Augenzahl zu sammeln: Nach dem ersten Wurf legt das Kind die Würfel mit der Würfelzahl, die es sammeln möchte, an die Seite. Dann würfelt es ein zweites Mal und legt die Würfel mit der entsprechenden Würfelzahl zu den bereits gesammelten. Anschließend kann das Kind noch ein drittes Mal würfeln.



nach 1. Wurf | nach 2. Wurf | nach 3. Wurf

In jeder Runde gilt:

- Es reicht auch ein Wurf (d.h. man darf auf den zweiten und dritten Wurf verzichten, wenn man zum Beispiel beim ersten Wurf bereits fünf gleiche Augenzahlen erwürfelt hat).
- Es darf auch dreimal mit allen fünf Würfeln gewürfelt werden (wenn man keine „Paare“ rauslegen kann).
- Spätestens nach dem dritten Wurf muss das Kind sein Wurfergebnis (d.h. die Summe aller Würfel mit gleicher Würfelzahl) auf der Dokumentations- bzw. Spielvorlage eintragen.

Kann der Wurf nicht eingetragen werden, weil er keine der noch ausstehenden Möglichkeiten erfüllt, muss ein beliebiges Kästchen gestrichen werden bzw. an einer Stelle auf dem Spielplan eine „Null“ eingetragen werden.
Es ist auch möglich, jedes Kind für sich allein gemäß der Regeln würfeln zu lassen und hinterher die Ergebnisse aller Kinder aus der Klasse miteinander zu vergleichen. Auch ein Spielen in größeren Gruppen (zu dritt, zu viert, ...) ist denkbar.

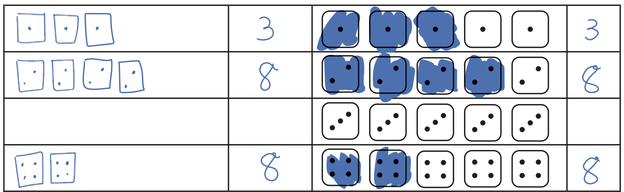
Durch die Basisaufgabe können verschiedene Kompetenzen angebahnt und vertieft werden: Die Kinder (1) lernen den Zusammenhang zwischen Addition und Multiplikation kennen, (2) sie lernen, dass für die wiederholte Addition gleichgroße Anzahlen genutzt werden, (3) sie lernen Multiplikation als wiederholtes Hinzufügen (während des Spiels), aber auch als räumliches Zusammenfassen (beim Betrachten der abgelegten Würfel) kennen, und (4) sie verknüpfen verschiedene Darstellungsformen (handelnd, bildlich, schriftlich- und sprachlich-symbolisch).
Im Rahmen einer gemeinsamen Reflexion können sich die Kinder über ihre Entdeckungen beim Spielen austauschen, die zudem durch die folgenden Vertiefungen weiter angeregt werden können.

Würfe beschreiben und dokumentieren

Die Kinder werden angeregt, nach jedem Wurf bzw. am Ende einer Runde (d.h. nach maximal 3 Würfen) die Würfe zu beschreiben, die gezählt werden. Zum Beispiel:

1. **Wurf: „Ich habe zweimal eine 2 gewürfelt.“,**
2. **Wurf: „Ich habe noch einmal eine 2 gewürfelt.“,**
3. **Wurf: „Ich habe zum Schluss noch einmal eine 2 gewürfelt. Insgesamt habe ich viermal eine 2 (bzw. vier Zweien) gewürfelt.“**

Auch das Nennen des Endergebnisses kann angeregt werden: „Insgesamt habe ich 8 Punkte.“
Neben der Notation der Gesamtzahl der gewürfelten Punkte kann – jeweils nach einem Spieldurchgang – zusätzlich eine ausführlichere Form der Dokumentation angeregt werden.
Die Aufforderung, die Wurfhandlung und die Anzahl der jeweiligen Würfelbilder zu beschreiben und zu dokumentieren, regt die Kinder zu verschiedenen Darstellungswechseln an. Dies kann zum Beispiel durch unterschiedliche Dokumentationsvorlagen gelingen.



Die Kinder zeichnen die Würfelbilder und notieren die Gesamtzahl der Punkte.	Die Kinder malen - entsprechend der Anzahl der Würfe - die Würfelbilder an und notieren die Gesamtzahl der Punkte.

Ich habe 3 mal eine ⚀ gewürfelt.	3 Einer
Ich habe 4 mal eine ⚁ gewürfelt.	4 Zweier
Ich habe ___ mal eine ⚂ gewürfelt.	___ Dreier
Ich habe 2 mal eine ⚃ gewürfelt.	2 Vierer
Die Kinder vervollständigen die Aussagesätze und tragen jeweils die Anzahl der Würfe ein.	Die Würfelseiten werden als Einer, Zweier, Dreier etc. bezeichnet. Die Kinder tragen ein, wie oft sie entsprechend gewürfelt haben.

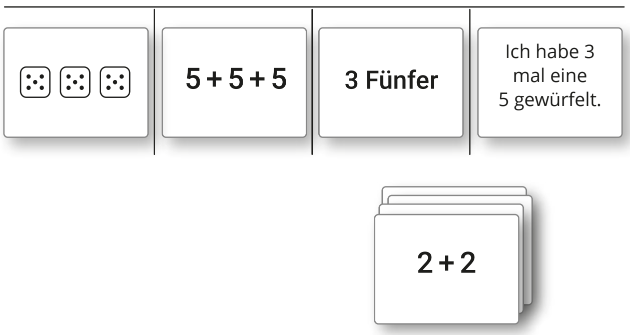
REDUKTION

Je nach individuellen Lernvoraussetzungen können einzelne Kinder differenzsensible Reduzierungen der Basisaufgabe bearbeiten. Diese eröffnen die Möglichkeit, die Entwicklung individueller Kompetenzen zu unterstützen, ohne dabei den Bezug zu den Zielen der Basisaufgabe zu verlieren. Die im Folgenden vorgestellten Reduktionen bieten den Kindern beispielsweise die Gelegenheit (1) Operationsvorstellungen zur Addition zu entwickeln und zu festigen, (2) (Teil-)Mengen strukturiert zu erfassen und (3) gleichmächtige Mengen zu identifizieren.

Darstellungen sortieren und zuordnen

Eine mögliche vertiefende Aktivität, die im Anschluss an die Bearbeitung der Basisaufgabe durchgeführt werden kann, besteht darin, Darstellungen zu sortieren und einander zuzuordnen. Die Kinder erhalten Karten mit verschiedenen Darstellungen, die multiplikativ gedeutet werden können (z. B. Würfelbilder, symbolisch dargebotene Multiplikationsaufgaben, Aussagesätze...). Die Darstellungen werden sortiert und zueinander passende Darstellungen auf einer Sortiertafel angeordnet; hierbei wird die Zuordnung passender Darstellungen angestrebt.

WAS PASST ZUSAMMEN?



Variiert werden können – je nach Zielsetzungen und Lernvoraussetzungen der Kinder – die Komplexität und die Anzahl der Darstellungen, die den Kindern zur Verfügung gestellt werden. Gleichzeitig können die Zuordnungen und deren Begründungen sprachlich begleitet werden, zum Beispiel:

> **„Die Karten passen zueinander. Auf der einen Karte sind drei Würfel mit immer 5 Punkten. Auf der anderen Karte steht 3 mal 5."**

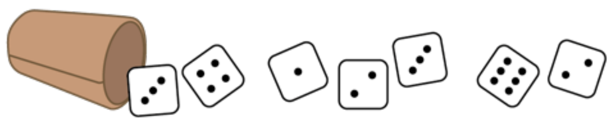
Alternativ kann mit den verschiedenen Darstellungen wie mit Spielkarten in einem Quartettspiel gespielt werden.

Mit Sonderwürfeln spielen

Die Kinder spielen nicht mit den üblichen Würfeln, sondern erhalten Sonderwürfel, die beispielsweise zwei Flächen mit jeweils einem Punkt, zwei Flächen mit jeweils zwei Punkten und zwei Flächen mit jeweils drei Punkten haben. Diese Würfel können leicht mit Klebepunkten selbst hergestellt werden. Durch den Einsatz der Sonderwürfel wird der Zahlenraum, in dem sich die Kinder bewegen, eingegrenzt. So können auch Kinder, die sich noch im Zahlenraum bis 20 bewegen, die Anzahl der jeweils gewürfelten Punkte überblicken und ermitteln. Kinder, deren Operationsvorstellungen zur Addition noch unsicher sind, können hier ihre Vorstellung der Addition als Dazukommen bzw. Vereinigen festigen.Für die Dokumentation des Spielverlaufes muss dann die Vorlage entsprechend angepasst wer-den.

Würfe sortieren und nachlegen

Eine weitere Möglichkeit der Reduktion besteht darin, den Fokus auf das Sortieren bzw. das Nachlegen von Würfen zu legen. Hierbei geht es in erster Linie um das (Wieder-)Erkennen von Würfelbildern, das Erfassen der Anzahl der Punkte und das Ordnen gemäß der Anzahl der Punkte.



⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
⚀	⚁⚁	⚂⚂	⚃		⚅

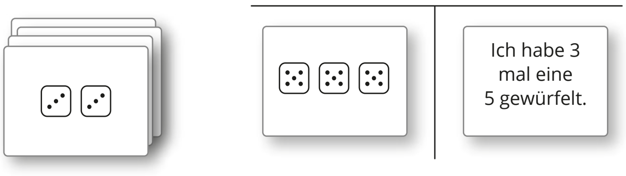
1	2	3	4	5	6
⚀	⚁⚁	⚂⚂	⚃		⚅

Abhängig von den individuellen Förderzielen kann auch eine Sortiertafel mit symbolischen Zahldarstellungen eingesetzt werden. Hier stehen die Bestimmung der Anzahl der Punkte auf einer Würfelfläche und die Zuordnung zur entsprechenden symbolischen Zahldarstellung im Vordergrund.

Paare finden

Analog zur vertiefenden Aufgabenstellung "Darstellungen sortieren und zuordnen" wird den Kindern eine reduzierte Anzahl an Darstellungen angeboten, die einander zugeordnet werden sollen. Hierbei kann der Fokus – je nach Lernvoraussetzungen der Kinder und mit Blick auf die individuellen Kompetenzerwartungen – auf die Übersetzung zwischen bestimmten Darstellungen gelegt werden.

WAS PASST ZUSAMMEN?



ERWEITERUNG

Durch eine Erweiterung der inhaltlichen Anforderungen können auch leistungsstarke Kinder gefördert werden. Dabei ermöglicht die inhaltliche Nähe von Erweiterung und Basisaufgabe zugleich eine gemeinsame Reflexion mit den anderen Lernenden. Die Schülerinnen und Schüler können hier zum Beispiel (1) den Vorteil der Multiplikation gegenüber der wiederholten Addition besonders bei größeren Zahlen kennenlernen und (2) die Umkehroperation zur Multiplikation kennen und nutzen lernen.

Mit Sonderwürfeln spielen

Analog zum Einsatz von Sonderwürfeln als Reduktion ist es auch möglich, Würfel einzusetzen, die zum Beispiel acht, zehn oder zwölf Flächen haben. Gespielt wird nach den Regeln der Basisaufgabe. Anpassungen müssen – je nachdem, welcher Sonderwürfel konkret eingesetzt wird – in Bezug auf die Anzahl der zugelassenen Würfe pro Runde oder die Anzahl der eingesetzten Würfel vor-genommen werden. Der Spielplan muss entsprechend abgeändert werden. Eine weitere Möglichkeit besteht in der Modifizierung des regulären Würfels mit sechs Flächen. Statt der Würfelbilder bzw. Zahlen von 1 bis 6 können hier auch größere Zahlen (z. B. 5, 6, 7, 8, 9, 10, oder die Zehnerzahlen 10, 20, 30, 40, 50, 60) angebracht werden.

Die Anzahl der Würfe ermitteln

Vorgegeben wird ein bereits ausgefüllter Spielplan mit verschiedenen Gesamtpunktzahlen; die Kinder ermitteln dann jeweils die Anzahl der Würfel, die zum Erreichen dieser Punktzahl nötig wären. Auf diese Weise wird durch die Umkehrung der Multiplikation ein Verständnis für die Division angebahnt.

MÖGLICHKEITEN INDIVIDUELLER UNTERSTÜTZUNG

Einen Würfelbecher und eine Filzunterlage verwenden

Manchen Kindern fällt es schwer, mit den Würfeln koordiniert auf dem Tisch zu arbeiten. Ein Würfelbecher erleichtert das gleichzeitige Würfeln mit mehreren Würfeln. Zugleich verringert eine Filzunterlage die Gefahr des Wegrollens der Würfel und hilft, die Lautstärke zu reduzieren. Reicht eine einfache Filzunterlage nicht aus, können die Kinder auch in einen Karton würfeln. Hier wird durch die Wände verhindert, dass die Würfel vom Tisch fallen.

Einen vergrößerten Spielplan und Stempel nutzen

Für manche Kinder kann der Spielplan angepasst werden: Wird der Spielplan vergrößert, können beispielsweise Würfel direkt aufgelegt und auf dem Zettel „gesammelt“ werden. Zugleich können bei motorischen Schwierigkeiten die Würfelbilder auch gestempelt statt gezeichnet werden.

Sprachmuster verwenden – einen Wortspeicher anlegen

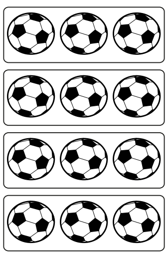
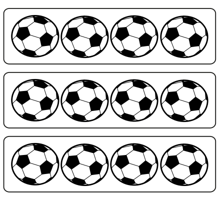
Die Beschreibung und Dokumentation der Würfelhandlungen und Wurfereignisse sind für manche Kinder sehr schwierig. Hierbei können konkrete Sprachvorgaben und Satzbausteine wie zum Beispiel: „Ich habe dreimal eine 6 gewürfelt.“ oder „Ich habe drei Sechser gewürfelt.“ eine zusätzliche Unterstützung sein.

14.2 OPERATIVE BEZIEHUNGEN ENTDECKEN UND NUTZEN

- *pikas-mi.dzlm.de/node/589*

Das Erkennen und Nutzen von Beziehungen zwischen Aufgaben wie auch zwischen Rechenoperationen ist ein zentrales Merkmal eines umfassenden Operationsverständnisses. In der Grundschule wesentlich sind insbesondere die kommutativen, assoziativen und distributiven wie auch inversen Beziehungen (vgl. Kapitel 3 „Effektiv üben"). Im Folgenden werden vor allem die grundlegenden Zusammenhänge zwischen Tauschaufgaben (Addition bzw. Multiplikation) und Umkehraufgaben (Addition und Subtraktion bzw. Multiplikation und Division) in den Blick genommen. Diese Zusammenhänge stellen den Ausgangspunkt für den weiteren Ausbau des Operationsverständnisses und für die Entwicklung weiterer mathematischer Kompetenzen dar. Beispielsweise bietet eine ganzheitliche Beschäftigung mit Tausch- und Umkehraufgaben die Grundlage zur Erkundung der Beziehungen zwischen multiplikativen Vorstellungen des Anordnens gleichmächtiger Mengen bei der Multiplikation und den Aufteil- und Verteilvorstellungen bei der Division.

Wenn Kinder über entsprechende inverse Vorstellungen verfügen, können sie beispielsweise geschickt Divisionsaufgaben mit Hilfe der Multiplikation bearbeiten. Diese Einsicht stellt einen fundamentalen Aspekt eines tragfähigen Operationsverständnisses dar. Damit möglichst alle Kinder ein sicheres und flexibles Verständnis aufbauen können, ist es wichtig, dass sie vielfältige Operationserfahrungen sammeln und verschiedene Darstellungen immer wieder miteinander verknüpfen. Damit Schülerinnen und Schüler in der folgenden Lernumgebung arbeiten können, sollten die Begriffe Tausch- und Umkehraufgabe bereits bekannt sein, und rechteckige Punktefelder sollten als Möglichkeit zur Veranschaulichung von Multiplikations- und Divisionsaufgaben gemeinsam erarbeitet und genutzt worden sein. In der vorliegenden Lernumgebung wird das Punktefeld, wie in der Abbildung dargestellt, flexibel gedeutet, das heißt: Es geht um Gruppierungen gleichmächtiger Mengen, die Lage der Gruppierung ist dabei nachrangig. Diese flexible Deutung ist für ein erfolgreiches Weiterlernen von besonderer Bedeutung (vgl. z. B. Akinwunmi, Deutscher & Selter 2014, S. 78). Falls in der Lerngruppe bisher die Verabredung galt, dass die Anzahl der Punkte pro Zeile den zweiten Faktor und die Anzahl der Zeilen den ersten Faktor angibt, sollte die hier angesprochene „flexible Sichtweise" explizit thematisiert werden. Dies kann beispielsweise gelingen, indem man gemeinsam klärt, dass je nach Perspektive (oder nach Drehung des Punktefeldes) Zeilen zu Spalten werden können und umgekehrt.

MULTIPLIKATION	BEISPIEL	DIVISION
4 · 3 4 Kisten mit jeweils 3 Bällen pro Kiste		**Aufteilen:** 12 : 3 = 4 12 Bälle so aufteilen, dass immer 3 Bälle in einer Kiste sind. Es sind 4 Kisten.
		Verteilen: 12 : 4 = 3 12 Bälle auf 4 Kisten verteilen. Es sind 3 Bälle in jeder Kiste.
3 · 4 3 Kisten mit jeweils 4 Bällen pro Kiste		**Aufteilen:** 12 : 4 = 3 12 Bälle so aufteilen, dass immer 4 Bälle in einer Kiste sind. Es sind 3 Kisten.
		Verteilen: 12 : 3 = 4 12 Bälle auf 3 Kisten verteilen. Es sind 4 Bälle in jeder Kiste.

Lernumgebung „Aufgabenfamilien"

Im Rahmen dieser Lernumgebung sollen die Schülerinnen und Schüler ihr Verständnis zu Tauschaufgaben und zu Umkehraufgaben vertiefen. Die Basisaufgabe thematisiert die Zusammenhänge zwischen Multiplikation und Division, die von den Kindern selbstständig erkundet werden können, auch unter Nutzung von Tauschaufgaben. Eine besondere Rolle spielt auch hier der Darstellungswechsel, um ein verständnisbasiertes Arbeiten zu ermöglichen.

Im Folgenden werden die Basisaufgabe und im Anschluss daran ausgewählte Aufgabenadaptionen vorgestellt.

BASISAUFGABE
„Immer vier Aufgaben."

VERTIEFUNG
- Punktefelder beschreiben
- Darstellungen sortieren & zuordnen

REDUKTION
- Aufgaben finden am Punktefeld
- Paare finden

ERWEITERUNG
- mehrere Aufgabenfamilien finden
- Aufgabenfamilien zu Primzahlen finden
- Aufgabenfamilien zu selbst gewählten Zahlen finden

MÖGLICHKEITEN INDIVIDUELLER UNTERSTÜTZUNG
eine „Lupe" verwenden, Stempel und Kästchen nutzen

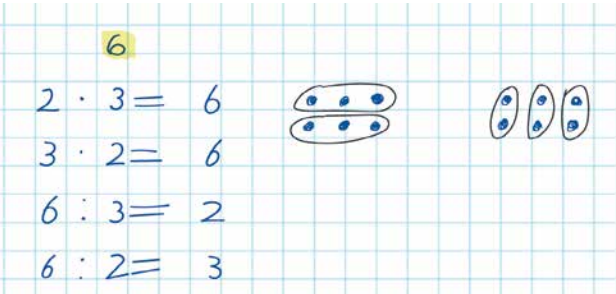
Eine vollständige Übersicht der Lernumgebung sowie weitere Anregungen finden sich unter *pikas-mi.dzlm.de/node/637*.

BASISAUFGABE UND VERTIEFUNG

Ein konkreter Arbeitsauftrag, der möglichst vielen Lernenden einen Zugang zur Erkundung der Aufgabenbeziehungen bietet, könnte lauten:

> **„Immer vier Aufgaben. Finde zu einer Zahl eine Malaufgabe und die Tauschaufgabe. Finde auch die beiden passenden Umkehraufgaben. Rechne und zeichne."**

Der Hinweis auf die Zeichnung eines Punktefelds ist mit Blick auf die Aktivierung des Darstellungswechsels für alle Kinder wichtig. Selbstverständlich könnten die Kinder für die verschiedenen Aufgaben jeweils unterschiedliche Punktebilder zeichnen. Die Beziehung zwischen den Termen kommt allerdings besser zum Ausdruck, wenn ein Punktebild umgedeutet wird und die Anzahl der gleichmächtigen Mengen durch die jeweils unterschiedlichen Einkreisungen verdeutlicht wird (s. Abb. oben rechts). Durch die Einkreisungen wird auch gut sicht- und kommunizierbar, bei welcher Zahl es sich je nach Interpretation und individueller mentaler Bündelung jeweils um den Multiplikator, bei welcher es sich um den Multiplikanden handelt.



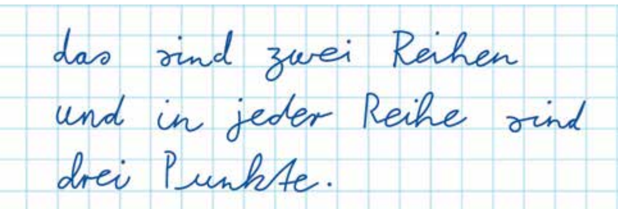
Da dieser Auftrag aus mehreren Teilaufträgen besteht, empfiehlt es sich dringend, ihn in einem gemeinsamen Einstieg beispielhaft an einer gegebenen Zahl durchzuarbeiten (z.B. Notation der Malaufgaben nebeneinander, Umkehraufgaben unterhalb der jeweiligen Malaufgabe) und parallel durch Visualisierungen an der Tafel zu stützen. Auch wenn im Vorfeld die Begriffe „Malaufgabe", „Tauschaufgabe", „Umkehraufgabe" thematisiert worden sind, sollten diese nochmals sprachsensibel unterstützend dargestellt werden.

In einer abschließenden Reflexion haben die Kinder die Möglichkeit, sich ihre gefundenen Aufgabensätze und Punktefelder gegenseitig vorzustellen – zum Beispiel indem sie sich gegenseitig berichten, wie sie beim Finden von Tausch- und Umkehraufgaben (z.B. zur Zahl 8) vorgegangen sind. Im Rahmen dieser Reflexion kann auch thematisiert werden, dass zu manchen Zahlen unterschiedliche Tausch- und Umkehraufgaben gefunden werden können (z.B. zur Zahl 12).

Im Rahmen dieser Basisaufgabe haben Schülerinnen und Schüler die Möglichkeit zu unterschiedlichen Ausgangszahlen (1) die multiplikative Zahleigenschaft der Teilbarkeit zu entdecken und zu nutzen, (2) multiplikative Aufgabensätze verstehensbasiert zu automatisieren, (3) ihr Verständnis des Zusammenhangs zwischen Multiplikation und Division zu vertiefen und (4) Punktefelder als tragfähige Veranschaulichung und als Kommunikationsmittel für multiplikative Zusammenhänge zu nutzen.

Punktefelder beschreiben

Um in einem Punktefeld Multiplikations- und Divisionsaufgaben sehen zu können, müssen diese mental oder visuell strukturiert werden. Diese Strukturierung kann unterstützt werden, wenn die Kinder zur Versprachlichung der wahrgenommenen Strukturen angeregt werden. Die Kinder formulieren nach dem Legen bzw. Zeichnen eines passenden Punktefeldes beispielsweise Folgendes:



Oder sie ergänzen vorgegebene Sätze:

Es sind immer ______ Punkte in einer Reihe.
Es sind ______ Reihen.
Aufgabe: ______ mal ______

Darstellungen sortieren und zuordnen

Die Kinder erhalten Karten mit verschiedenen Darstellungen von Mal- und Geteiltaufgaben. Sie sortieren diese auf einer Sortiertafel nach Darstellungsformen und ordnen passende Darstellungen einander zu. Aufgrund der Mehrdeutigkeit von einzelnen Darstellungen kann es dabei zu unterschiedlichen Zuordnungen kommen.
Ein Vergleich solch unterschiedlicher Zuordnungen bietet eine gute Gesprächs- und Diskussionsgrundlage für eine sich anschließende Reflexionsphase.

WAS PASST ZUSAMMEN?

Paula

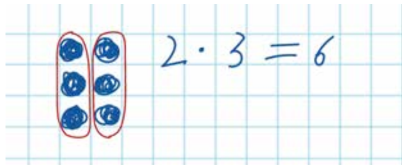
Hassan

REDUKTION

Je nach Lernvoraussetzung können einzelne Kinder differenzsensible Reduzierungen der Basisaufgabe bearbeiten. Diese Reduktionen eröffnen die Möglichkeit, die Entwicklung individueller Kompetenzen zu unterstützen, ohne dabei jedoch den Bezug zu den Zielen der Basisaufgabe zu verlieren. Die im Folgenden vorgestellten Reduktionen bieten den Kindern beispielsweise die Gelegenheit (1) multiplikative Strukturen im Punktefeld zu entdecken und zu markieren und (2) ein Verständnis von Multiplikation bzw. Division durch verschiedene Darstellungswechsel zu entwickeln und zu vertiefen.

Aufgaben finden am Punktefeld

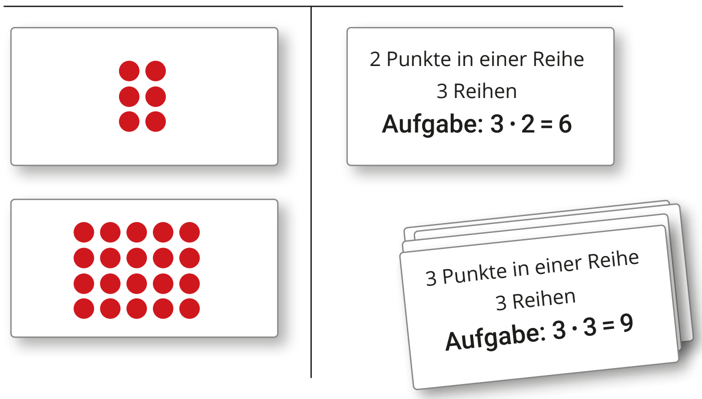
Die Basisaufgabe startet auf der symbolischen Darstellungsebene, indem eine Zahl vorgegeben wird, zu der Aufgaben und ein Punktefeld gefunden werden sollen. Die Reduktion nutzt als Ausgangspunkt das Punktefeld, zu dem Aufgaben gefunden werden sollen. Je nach Lernausgangslage kann als weitere Stellschraube zur Reduktion überlegt werden, ob die Kinder nur eine Multiplikationsaufgabe oder auch die Tauschaufgabe finden sollen bzw. ob es ausschließlich um Multiplikationsaufgaben oder auch um die jeweiligen Umkehraufgaben gehen soll. Durch die Umkreisung der Gruppierung ist gut sicht- und kommunizierbar, wo in der Darstellung Multiplikator und Multiplikand zu sehen sind.



Paare finden

Den Kindern wird eine reduzierte Anzahl an Darstellungen angeboten, die einander zugeordnet werden sollen. Hierbei kann der Fokus – mit Blick auf die individuellen Kompetenzerwartungen – auf die Übersetzung bestimmter Darstellungen oder auf nur eine Operation gelegt werden. Auch hier kann das zusätzliche Umkreisen der Gruppierungen die Kommunikation stützen.

FINDE PAARE - WAS PASST ZUSAMMEN?

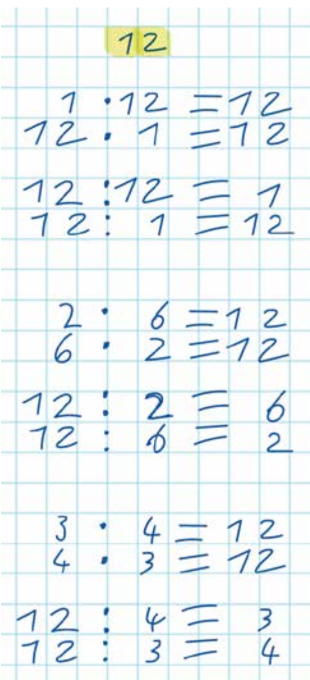


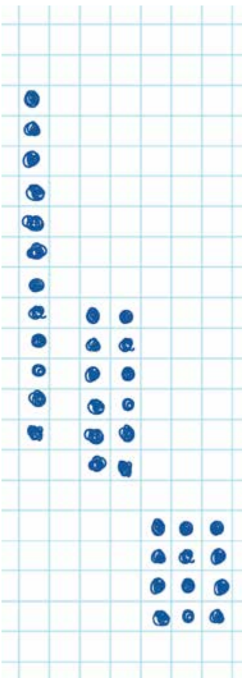
ERWEITERUNG

Die Erweiterungen der Basisaufgabe bieten leistungsstarken Schülerinnen und Schülern im Rahmen der Lernumgebung die Möglichkeit, sich mit herausfordernden Fragestellungen auseinanderzusetzen und ihre mathematischen Kompetenzen weiterzuentwickeln. Hierbei können sie (1) verschiedene multiplikative Zerlegungen entdecken und somit auch (2) entdecken, dass manche Zahlen mehr und andere weniger multiplikative Zerlegungen zulassen, und dann auch (3) entdecken, dass die Anzahl der multiplikativen Zerlegungen nicht von der Größe der Zahlen abhängt, nämlich indem sie (4) einen Zusammenhang herstellen zwischen der Anzahl der Teiler einer Zahl und der Anzahl möglicher Multiplikations- bzw. Divisionsaufgaben.

Mehrere Aufgabenfamilien finden

Analog zur Basisaufgabe sollen die Schülerinnen und Schüler Multiplikationsaufgaben und die jeweiligen Tausch- und Umkehraufgaben finden und dazu passende Punktemuster erstellen. Auch hierbei geht es um die flexible Deutung des Punktefeldes in Zeilen und Spalten (siehe Basisaufgabe). Im Rahmen der Erweiterung können einzelne Kinder explizit aufgefordert werden, mehrere Aufgabenfamilien samt passenden Punktemustern zu finden. Hierzu können einerseits Zahlen mit vielen Teilern vorgegeben werden, andererseits kann die Überlegung angestoßen werden, dass es zu jeder Zahl eine Multiplikationsaufgabe mit dem Faktor 1 gibt – ein Gedanke, der für die Schülerinnen und Schüler nicht immer naheliegend ist.



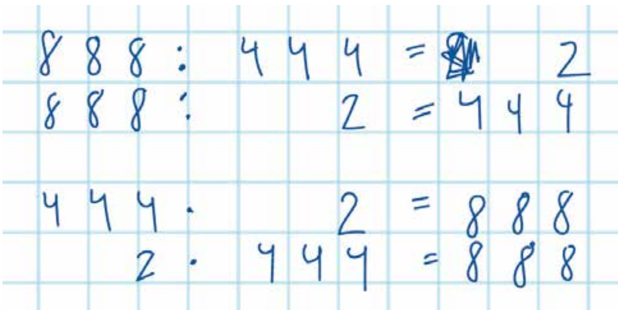


Aufgabenfamilien zu Primzahlen finden

Während bei der vorherigen Erweiterung entdeckt werden kann, dass bei einigen Zahlen sehr viele multiplikative Zerlegungen möglich sind, kann durch das Vorgeben von Primzahlen entdeckt werden, dass einige Zahlen (unabhängig von ihrer Größe) sich nur durch die Multiplikation mit 1 ergeben und somit auch nur die Umkehraufgaben mit Ergebnis oder Divisor 1 zulassen. Diese Entdeckung kann durch das Nutzen von Plättchen zum Finden rechteckiger Punktemuster unterstützt werden, denn zu diesen Anzahlen können gerade keine rechteckigen Anordnungen gefunden werden – außer „alle in eine Reihe" zu legen.

Aufgabenfamilien zu selbst gewählten Zahlen finden

Die Kinder haben die Möglichkeit, selbst Zahlen zu bestimmen, zu denen sie dann jeweils verschiedene Mal- und Geteiltaufgaben finden. Auf diese Weise können Kinder ihre Vermutungen zur Teilbarkeit von Zahlen überprüfen, aber auch mit besonders großen Zahlen experimentieren. Beispiel für eine Aufgabenfamilie zu der selbst gewählten Zahl 444:



MÖGLICHKEITEN INDIVIDUELLER UNTERSTÜTZUNG

Eine „Lupe" verwenden

Manche Lernende benötigen Unterstützung bei der Erfassung einzelner Zeilen bzw. Spalten. Zur Fokussierung von Zeilen oder Spalten in den Punktefeldern kann eine „Lupe" (leicht selbst hergestellt als Folie mit Ausschnitt) verwendet werden.

Stempel und Kästchen nutzen

Zur Erleichterung der Herstellung der Punktefelder können Kinder durch das Nutzen von Stempeln unterstützt werden. Darüber hinaus kann es hilfreich sein, grob gerasterte Vorlagen zu nutzen, auf denen die Stempel genutzt werden können. Auf diese Weise können Kinder bei der Einhaltung der Zeilen- und Spaltenstruktur unterstützt werden.

Literatur

Akinwunmi, K., Deutscher, T. & Selter, Ch. (2014). Multiplikation und Division verstehen. In Ch. Selter, S. Prediger, M. Nührenbörger & S. Hußmann (Hrsg.), Mathe sicher können: Handreichungen für ein Diagnose- und Förderkonzept zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen: Natürliche Zahlen (S. 79-98). Berlin: Cornelsen.

AO-SF - Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen (2016). Verordnung über die sonderpädagogische Förderung, den Hausunterricht und die Schule für Kranke (Ausbildungsordnung sonderpädagogische Förderung – AO-SF) vom 29. April 2005, zuletzt geändert durch Verordnung vom 01. Juli 2016. Frechen: Ritterbach. Abgerufen von *https://bass.schul-welt.de/pdf/6225.pdf?20201012184838*

Barzel, B. & Holzäpfel, L. (2010). Leitfragen zur Unterrichtsplanung. mathematik lehren, (158), 4-9.

Bergeest, H. & Boenisch, J. (2019). Körperbehindertenpädagogik. Grundlagen - Förderung - Inklusion (6. Aufl.). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.

Brandt, B. & Nührenbörger, M. (2009). Kinder im Gespräch über Mathematik. Die Grundschulzeitschrift, (222/223), 29-33.

Breuer-Küppers, P. & Bach, R. (2016). Schüler mit Lernbeeinträchtigungen im inklusiven Unterricht: Praxistipps für Lehrkräfte. München: Reinhardt.

Breuer-Küppers, P. & Hintz, A.-M. (2018). Schüler mit herausforderndem Verhalten im inklusiven Unterricht. Praxistipps für Lehrkräfte. München: Reinhardt.

Büchter, A. & Leuders, T. (2005). Mathematikaufgaben selbst entwickeln. Lernen fördern - Leistung überprüfen. Berlin: Cornelsen.

Friend, M.& Bursuck, W.D. (2009). Including Students With Special Needs: A Practical Guide for Classroom Teachers (5. Aufl.). Columbus, OH: Merrill.

Gaidoschik, M. (2009). Rechenschwäche verstehen – Kinder gezielt fördern: Ein Leitfaden für die Unterrichtspraxis. Buxtehude: Persen Verlag.

Gaidoschik, M. (2015a). Einmaleins verstehen, vernetzen, merken. Strategien gegen Lernschwierigkeiten. Seelze: Klett/ Kallmeyer.

Gaidoschik, M. (2015b). Einige Fragen zur Didaktik der Erarbeitung des „Hunderterraums“. Journal für Mathematik-Didaktik, 36, 163-190.

Götze, D. (2007). Mathematische Gespräche unter Kindern. Zum Einfluss sozialer Interaktion von Grundschulkindern beim Lösen komplexer Aufgaben. Hildesheim: Franzbecker.

Götze, D. (2015). Sprachförderung im Mathematikunterricht. Berlin: Cornelsen. Abgerufen von *https://proprima.dzlm.de/node/49*

Götze, D. & Meyer, M. (2010). Vielfalt und Mehrdeutigkeit im Mathematikunterricht. Praxis der Mathematik in der Schule, 52(36), 1-8.

Götze, D., Selter, C. & Zannetin, E. (2019). Das KIRA-Buch: Kinder rechnen anders. Verstehen und Fördern im Mathematikunterricht. Hannover: Friedrich.

Häsel-Weide, U., Nührenbörger, M., Moser Opitz, E. & Wittich, C. (2013). Ablösung vom zählenden Rechnen. Fördereinheiten für heterogene Lerngruppen. Seelze: Klett/Kallmeyer.

Häsel-Weide, U. (2014). Gemeinsam Ordnen – gemeinsam lernen. Mathematische Strukturen sichtbar machen. Grundschulunterricht Mathematik, 63(1), 30-33.

Häsel-Weide, U. & Nührenbörger, M. (2015). Aufgabenformate für einen inklusiven Arithmetikunterricht. In A. Peter-Koop, Th. Rottmann, T. & M. M. Lüken (Hrsg.). Inklusiver Mathematikunterricht in der Grundschule (S. 58-74). Offenburg: Mildenberger.

Häsel-Weide, U. & Nührenbörger, M. (2017). Grundzüge des inklusiven Mathematikunterrichts. Mit allen Kindern rechnen. In U. Häsel-Weide & M. Nührenbörger (Hrsg.), Gemeinsam Mathematik lernen – mit allen Kindern rechnen (S. 8-23). Frankfurt: Grundschulverband.

Heckmann, K. & Padberg, F. (2008). Unterrichtsentwürfe Mathematik Primarstufe. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

Heimlich, U. & Wember, F. B. (Hrsg.). (2020). Didaktik des Unterrichts bei Lernschwierigkeiten. Ein Handbuch für Studium und Praxis (4. Aufl.). Stuttgart: Kohlhammer.

Hillenbrand, C. (2011). Didaktik bei Unterrichts- und Verhaltensstörungen (3. Aufl.). München: Reinhardt.

Hußmann, S., Leuders, T. & Prediger, S. (2007). Schülerleistungen verstehen – Diagnose im Alltag. Praxis der Mathematik in der Schule, 49 (15), 1–8.

KMK - Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (Hrsg.). (2020). Sonderpädagogische Förderung in Schulen 2009 bis 2018. Berlin: Kultusministerkonferenz. Abgerufen von *https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/pdf/Statistik/Dokumentationen/Dok223_SoPae_2018.pdf.*

KMK (2011). Inklusive Bildung von Kindern und Jugendlichen mit Behinderungen in Schulen. Abgerufen von *https://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2011/2011_10_20-Inklusive-Bildung.pdf.*

Koch, K. & Jungmann, T. (2017). Kinder mit geistiger Behinderung unterrichten. Fundierte Praxis in der inklusiven Grundschule. München: Reinhardt.

Krauthausen, G. & Scherer, P. (2010). Heterogenität, Differenzierung, Individualisierung – Hintergründe des EU-Projekts NaDiMa (Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht). In A. Lindmeier & St. Ufer (Hrsg.), Beiträge zum Mathematikunterricht 2010 (S. 505-509). Hildesheim: Franzbecker.

Krauthausen, G. & Scherer, P. (2014). Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht. Konzepte und Praxisbeispiele aus der Grundschule. Seelze: Kallmeyer.

Kuhnke, K. (2013). Vorgehensweisen von Grundschulkindern beim Darstellungswechsel. Eine Untersuchung am Beispiel der Multiplikation im 2. Schuljahr. Wiesbaden: Springer Spektrum.

Lang, M. & Heyl, V. (2021). Pädagogik bei Blindheit und Sehbehinderung. Stuttgart: Kohlhammer.

Lang, M. & Thiele, M. (2020). Schüler mit Sehbehinderung und Blindheit im inklusiven Unterricht. Praxistipps für Lehrkräfte (2. Aufl.). München: Reinhardt.

Lelgemann, R. (2010). Körperbehindertenpädagogik. Didaktik und Unterricht. Stuttgart: Kohlhammer.

Leonhardt, A. (2019). Grundwissen Hörgeschädigtenpädagogik (4. Aufl.). München: Reinhardt.

Leuders, J. (2016). Inklusives Mathematiklernen bei Sehbeeinträchtigung und Blindheit – Herausforderungen und Konzepte. In A. S. Steinweg (Hrsg.), Inklusiver Mathematikunterricht – Mathematiklernen in ausgewählten Förderschwerpunkten (S. 41-56). Bamberg: University of Bamberg Press. Abgerufen von *https://fis.uni-bamberg.de/handle/uniba/41146.*

Leuders, J. & Lang, M. (2021). Grundlagen des Mathematikunterrichts. In M. Lang & U. Hofer (Hrsg.), Didaktik des Unterrichts mit blinden und hochgradig sehbehinderten Schülerinnen und Schülern. Band 2: Fachdidaktiken (2. Aufl.). Stuttgart: Kohlhammer.

Leyendecker, Ch. (2005). Motorische Behinderungen. Grundlagen, Zusammenhänge und Förderungsmöglichkeiten. Stuttgart: Kohlhammer.

Lüdtke, U., & Stitzinger, U. (2017). Kinder mit sprachlichen Beeinträchtigungen unterrichten: Fundiert Praxis in der inklusiven Grundschule. München: Reinhardt.

Moser Opitz, E., Schnepel, S., Ratz, C. & Iff, R. (2016). Diagnostik und Förderung mathematischer Kompetenzen. In J. Kuhl & N. Euker (Hrsg.), Evidenzbasierte Diagnostik und Förderung von Kindern und Jugendlichen mit intellektueller Beeinträchtigung (S. 123-151). Bern: Hogrefe.

MSW - Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen (Hrsg.). (2016). Sonderpädagogische Förderschwerpunkte in NRW. Ein Blick aus der Wissenschaft in die Praxis. Düsseldorf: Herausgeber. Abgerufen von *https://broschuerenservice.nrw.de/default/shop/Sonderp%C3%A4dagogische_F%C3%B6rderschwerpunkte_in_NRW#image-0.*

Müller, T. (2018). Kinder mit auffälligem Verhalten unterrichten. Fundierte Praxis in der inklusiven Grundschule. München: Reinhardt.

Nührenbörger, M. (2007). Unterrichtsgespräche zwischen Schülern und Lehrkräften in jahrgangsgmischten Kleingruppen. In K. Möller u. a. (Hrsg.): Qualität von Grundschulunterricht entwickeln, erfassen und bewerten (S. 245-248). Wiesbaden: Verlag für Sozialwissenschaften.

Otremba, Y. & Wember, Ch. (2017). Kooperation von Lehrkräften im inklusiven Mathematikunterricht. In U. Häsel-Weide & M. Nührenbörger [Hrsg.]. Gemeinsam Mathematik lernen - mit allen Kindern rechnen (S. 288-297). Frankfurt am Main: Grundschulverband.

Prediger, S. (2019). Mathematische und sprachliche Lernschwierigkeiten. Empirische Befunde und Förderansätze am Beispiel des Multiplikationskonzepts. Lernen und Lernstörungen, 8(4), 247 - 260.

Prediger, S. (Hrsg.). (2020). Sprachbildender Mathematikunterricht in der Sekundarstufe. Ein forschungsbasiertes Praxisbuch. Berlin: Cornelsen Scriptor.

Prediger, S. & Selter, Ch. (2008). Diagnose als Grundlage für individuelle Förderung im Unterricht. Schule NRW, 60 (3), 113-116.

Ratz, C. (Hrsg.). (2011). Unterricht im Förderschwerpunkt geistige Entwicklung: Fachorientierung und Inklusion als didaktische Herausforderungen. Oberhausen: Athena.

Reber, K. & Schönauer-Schneider, W. (2017). Sprachförderung im inklusiven Unterricht: Praxistipps für Lehrkräfte. München: Reinhardt.

Reich, K. (2012). Inklusion und Bildungsgerechtigkeit – eine Einführung. In K. Reich (Hrsg.), Inklusion und Bildungsgerechtigkeit (S. 12-47). Weinheim: Beltz.

Schäfer, H. (2020). Mathematik und geistige Behinderung. Grundlagen für Schule und Unterricht. Stuttgart: Kohlhammer.
Scherer, P. & Moser Opitz, E. (2010). Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe. Heidelberg: Spektrum.
Schipper, W. (2008). Rechenstörungen als schulische Herausforderung. Handreichung zur Förderung von Kindern mit besonderen Schwierigkeiten beim Rechnen. Ludwigsfelde: LISUM.
Schnepel, S. (2020). Mathematische Förderung von Kindern mit einer intellektuellen Beeinträchtigung. Eine Längsschnittstudie in inklusiven Klassen. Münster: Waxmann.
Schulz, A. & Schülke, C. (2017). Aufbau von Zahlvorstellungen mit Hilfe von Materialien. In U. Häsel-Weide & M. Nührenbörger (Hrsg.). Gemeinsam Mathematik lernen – mit allen Kindern rechnen (S. 132-142). Frankfurt: Grundschulverband.
Schulz, A. & Wartha, S. (i. Dr.). Zahlen und Operationen am Übergang Primar-Sekundarstufe. Berlin: Springer Spektrum.
Schütte, S. (2002). Das Lernpotenzial mathematischer Gespräche nutzen. Grundschule, 34(3), 16-18.
Schütte, S. (2008). Qualität im Mathematikunterricht der Grundschule sichern. Für eine zeitgemäße Unterrichts- und Aufgabenkultur. München: Oldenbourg.
Selter, Ch. (2017). Förderorientierte Diagnose und diagnosegeleitete Förderung. In A. Fritz, S. Schmidt & G. Ricken (Hrsg.), Handbuch Rechenschwäche (S. 375-393). Weinheim: Beltz.
Selter, C. & Zannetin, E. (2019). Mathemathematik unterrichten in der Grundschule. Inhalte – Leitideen – Beispiele. Seelze: Klett/ Kallmeyer.
Söbbeke, E. (2008). „Sehen“ und „Verstehen“ im Mathematikunterricht – Zur besonderen Funktion von Anschauungsmitteln für das Mathematiklernen. In E. Vásárhelyi (Hrsg.): Beiträge zum Mathematikunterricht 2008 (S. 39-46). Münster: WTM.
Stein, R. & Stein, A. (2020). Unterricht bei Verhaltensstörungen: Ein integratives didaktisches Modell (3. Aufl.) Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
Sundermann, B. & Selter, C. (2006). Beurteilen und Fördern im Mathematikunterricht. Berlin: Cornelsen.
Truckenbrodt, T. & Leonhardt, A. (2020). Schüler mit Hörschädigung im inklusiven Unterricht: Praxistipps für Lehrkräfte (3. Aufl.). München: Reinhardt.
Wember, F. B. (2013). Herausforderung Inklusion: Ein präventiv orientiertes Modell schulischen Lernens und vier zentrale Bedingungen. Zeitschrift für Heilpädagogik (10) 380-387.
Wittmann, E. (1992). Üben im Lernprozeß. In E. Wittmann & G. Müller, Handbuch produktiver Rechenübungen. Band 2 (S. 175-182). Stuttgart: Klett.
Wittmann, E. Ch. (1995). Unterrichtsdesign und empirische Forschung. In K. P. Müller (Hrsg.), Beiträge zum Mathe matikunterricht 1995 (S. 528-531). Hildesheim: Franzbecker.
Wittmann, E.Ch. & Müller, G. (2009). Das Zahlenbuch. Handbuch zum Frühförderprogramm. Stuttgart: Ernst Klett-Verlag.
Wittmann, E. Müller, G., Nührenbörger, M. & Schwarzkopf, R. (2017a) (Hg.). Das Zahlenbuch 1. Lehrerband. Leipzig: Klett
Wittmann, E. Müller, G., Nührenbörger, M. & Schwarzkopf, R. (2017b) (Hg.). Das Zahlenbuch 2. Lehrerband. Leipzig: Klett

Herausgeber

MINISTERIUM FÜR SCHULE UND BILDUNG
des Landes Nordrhein-Westfalen

Völklinger Straße 49
40221 Düsseldorf
Tel.: 0211 5867-40
Fax: 0211 5867-3220
E-Mail: poststelle@msb.nrw.de
www.schulministerium.nrw

Autorinnen und Autoren:

Annica Baiker
Claudia Eversberg
Martin Höhler
Anna Köster
Marcus Nührenbörger
Cordula Schülke
Axel Schulz
Christoph Selter
Franz Wember

Titelbild:
Radovanovic96/istock

Abbildungen & Gestaltung:
Karoline Mosen

Druck: Tannhäuser Media GmbH, Düsseldorf

Stand: August 2022

MINISTERIUM FÜR SCHULE UND BILDUNG
des Landes Nordrhein-Westfalen

Völklinger Straße 49
40221 Düsseldorf
Tel.: 0211 5867-40
Fax: 0211 5867-3220
E-Mail: poststelle@msb.nrw.de
www.schulministerium.nrw.de